泉州七中2020-2021学年度上学期高二年数学单元考（5）试卷

命题人：赖呈杰　林景芳　20201108

一、选择题（本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.）

1. 设$a\neq 0,a\in\mathbf{R}$，则抛物线$y=4ax^2$的焦点坐标为（　　）

A. $(a,0)$　　B. $(0,a)$　　C. $(0,\dfrac{1}{16a})$　　D.随a符号而定

2. 已知抛物线$C:y^2=2px(p>0)$的焦点为F，抛物线上一点$M(2,m)$满足$|MF|=6$，

则抛物线C的方程为（　　）

A. $y^2=2x$　　B. $y^2=4x$　　C. $y^2=8x$　　D. $y^2=16x$

3. 已知双曲线$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的一个焦点与抛物线$y^2=4x$的焦点重合，且双曲线的离心率等于$\sqrt{5}$，

则该双曲线的方程为（　　）

A. $\dfrac{x^2}{5}-\dfrac{y^2}{4}=1$　　B. $\dfrac{y^2}{5}-\dfrac{x^2}{4}=1$　　C. $5x^2-\dfrac{5y^2}{4}=1$　　D. $5x^2-\dfrac{4y^2}{5}=1$

4. 一动圆与圆$x^2+y^2+6x+5=0$外切，同时与圆$x^2+y^2-6x-91=0$内切，则动圆圆心的轨迹为（　　）

A. 抛物线　　B. 圆　　C. 双曲线的一支　　D. 椭圆

5. 已知F为抛物线$y^2=x$的焦点，A,B是该抛物线上的两点，$|AF|+|BF|=3$，则线段AB的中点到y轴的距离为（　　）

A. $\dfrac{3}{4}$　　B. 1　　C. $\dfrac{5}{4}$　　D. $\dfrac{7}{4}$

6. 唐代诗人李颀的诗《古从军行》开头两句说：“白日登山望烽火，黄昏饮马傍交河.”诗中隐含着一个有趣的数学问题一“将军饮马”问题，即将军在观望烽火之后从山脚下某处出发，先到河边饮马后再回军营，怎样走才能使总路程最短？在平面直角坐标系中，设军营所在区域为$x^2+y^2\leq 1$，若将军从点$A(3,0)$处出发，河岸线所在直线方程为$x+y=4$，并假定将军只要到达军营所在区域即回到军营，则“将军饮马”的最短总路程为（　　）

A. $\sqrt{17}-1$　　B. $\sqrt{17}-\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{17}$　　D. $3-\sqrt{2}$

7. 设F_1，F_2是双曲线$C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左、右焦点，$O$是坐标原点．过$F_2$作$C$的一条渐近线的垂线，垂足为$P$．若$|PF_1|=\sqrt{6}|OP|$，则$C$的离心率为（　　）

A. $\sqrt{5}$　　B. $\sqrt{3}$　　C. 2　　D. $\sqrt{2}$

8. 已知抛物线$y^2=4x$的焦点为F，过点$P(2,0)$的直线交抛物线于AB两点，直线AF,BF分别与抛物线交于点C,D，设直线AB,CD的斜率分别为k_1,k_2，则$\dfrac{k_1}{k_2}=$（　　）

A. $-\dfrac{1}{2}$　　B. 2　　C. 1　　D. $\dfrac{1}{2}$

二、选择题（本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，有选错的得 0 分，部分选对的得 3 分.）

9. 在平面直角坐标系 xOy 中，动点 P 与两个定点 $F_1\left(-\sqrt{3},0\right)$ 和 $F_2\left(\sqrt{3},0\right)$ 连线的斜率之积等于 $\frac{1}{3}$，记点 P 的轨迹为曲线 E，直线 $l: y=k\left(x-2\right)$ 与 E 交于 A,B 两点，则（　　）

A. E 的方程为 $\frac{x^2}{3}-y^2=1(x\neq\pm\sqrt{3})$　　B. E 的离心率为 $\sqrt{3}$

C. E 的渐近线与圆 $\left(x-2\right)^2+y^2=1$ 相切　　D. 满足 $\left|AB\right|=2\sqrt{3}$ 的直线 l 仅有 1 条

10. 设抛物线 $C: y^2=2px\,(p>0)$ 的焦点为 F，准线为 l，A 为 C 上一点，以 F 为圆心，$|FA|$ 为半径的圆交 l 于 B,D 两点．若 $\angle ABD=90^\circ$，且 $\triangle ABF$ 的面积为 $9\sqrt{3}$，则（　　）

A. $|BF|=3$　　B. $\triangle ABF$ 是等边三角形

C. 点 F 到准线的距离为 3　　D. 抛物线 C 的方程为 $y^2=6x$

11. 正方形 $ABCD$ 沿对角线 BD 折成直二面角，下列结论正确的有（　　）

A. AD 与 BC 所成的角为 30°　　B. AC 与 BD 所成的角为 90°

C. BC 与面 ACD 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　D. 平面 ABC 与平面 BCD 的夹角的正切值是 $\sqrt{2}$

12. 过抛物线 $y^2=2px\,(p>0)$ 的焦点 F 的直线 l 交抛物线于点 A,B，交其准线于点 C，若 $\left|BC\right|=2\left|BF\right|$，且 $\left|AF\right|=3$，则此抛物线的方程为（　　）

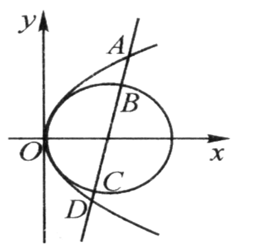
A. $y^2=9x$　　B. $y^2=6x$　　C. $y^2=3x$　　D. $y^2=\sqrt{3}x$

三、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分，若有两空，则第一空 2 分，第二空 3 分.）

13. 直线 l 过点 $M(1,1)$，与椭圆 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ 相交于 A,B 两点，若 AB 的中点为 M，则直线 l 的方程__________________.

14. 在平面四边形 $ABCD$ 中，$\angle ADC=90^\circ$，$\angle A=45^\circ$，$AB=2$，$BD=5$.
则 $\cos\angle ADB=$__________；若 $DC=2\sqrt{2}$，则 $BC=$__________.

15. 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$ 与双曲线 $\frac{x^2}{m^2}-\frac{y^2}{n^2}=1(m>0,n>0)$ 具有相同的焦点 F_1,F_2，且在第一象限交于点 P，设椭圆和双曲线的离心率分别为 e_1，e_2，若 $\angle F_1PF_2=\frac{\pi}{3}$，则 $e_1^2+e_2^2$ 的最小值为__________.



第 16 题图

16. 如图，过抛物线 $y^2=4x$ 焦点的直线依次交抛物线与圆 $(x-1)^2+y^2=1$ 于 A,B,C,D 四点，则 $|\overrightarrow{AB}|\cdot|\overrightarrow{CD}|=$__________.

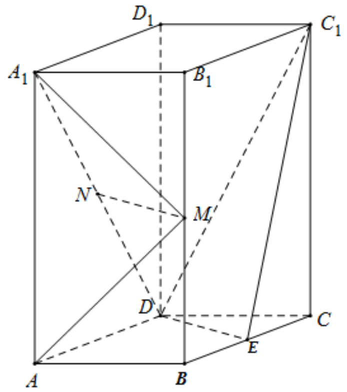
四、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分．解答应写出必要文字说明、证明过程或演算步骤．第 17 小题满分 10 分，其他小题满分 12 分）

17.（本小题满分 10 分）$\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，设 $(\sin B-\sin C)^2=\sin^2 A-\sin B\sin C$．

（Ⅰ）求 A；

（Ⅱ）若 $\sqrt{2}a+b=2c$，求 $\sin C$．

18.（本小题满分 12 分）如图，直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面是菱形，$AA_1=4$，$AB=2$，$\angle BAD=60^\circ$，E,M,N 分别是 BC,BB_1,A_1D 的中点．



（Ⅰ）证明：MN // 平面 C_1DE；

（Ⅱ）求二面角 $A-MA_1-N$ 的正弦值．

19.（本小题满分 12 分）已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{b^2}+\dfrac{y^2}{a^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，椭圆 C 的长轴长为 4．

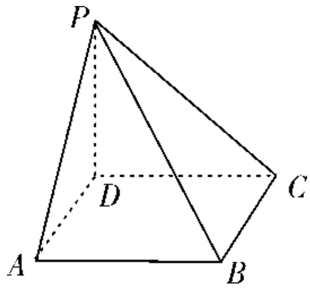
（Ⅰ）求椭圆 C 的方程；

（Ⅱ）已知直线 $l:y=kx+1$ 与椭圆 C 交于 A,B 两点，k 为何值时，使得以线段 AB 为直径的圆恰好经过坐标原点 O？此时线段 AB 长为多少？

20.（本小题满分 12 分）如图，四棱锥 $P-ABCD$ 的底面为正方形，$PD\perp$ 底面 $ABCD$. 设平面 PAD 与平面 PBC 的交线为 l.

（Ⅰ）证明：$l\perp$ 平面 PDC；

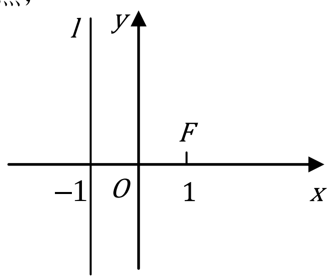
（Ⅱ）已知 $PD=AD=1$，Q 为 l 上的点，求 PB 与平面 QCD 所成角的正弦值的最大值.



21.（本小题满分 12 分）如图，已知点 $F(1,0)$，直线 $l: x=-1$，P 为平面上的动点，过 P 作直线 l 的垂线，垂足为点 Q，且 $\overrightarrow{QP}\cdot\overrightarrow{QF}=\overrightarrow{FP}\cdot\overrightarrow{FQ}$.

（Ⅰ）求动点 P 的轨迹 C 的方程；

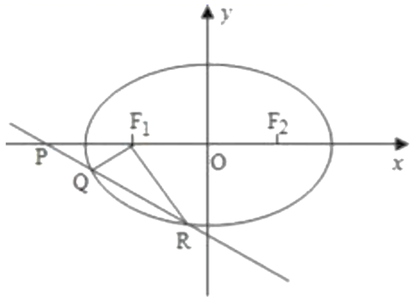
（Ⅱ）过点 F 的直线交轨迹 C 于 A,B 两点，交直线 l 于点 M，已知 $\overrightarrow{MA}=\lambda_1\overrightarrow{AF}$，$\overrightarrow{MB}=\lambda_2\overrightarrow{BF}$，求 $\lambda_1+\lambda_2$ 的值.



22.（本小题满分 12 分）已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左，右焦点分别为 F_1,F_2，该椭圆的离心率为 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，以原点为圆心，椭圆的短半轴长为半径的圆与直线 $y=x+\sqrt{2}$ 相切.

（Ⅰ）求椭圆 C 的方程；

（Ⅱ）如图，若斜率为 $k\left(k\neq 0\right)$ 的直线 l 与 x 轴，椭圆 C 顺次交于 $P,Q,R(P$ 点在椭圆左顶点的左侧）且 $\angle RF_1F_2=\angle PF_1Q$，求证：直线 l 过定点；并求出斜率 k 的取值范围.



泉州七中 2020-2021 学年度上学期高二年数学单元考（5）试卷参考答案

一、选择题（本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.）

1-4：CDCD　5-8：CABD

8.【解析】易知 $F(1,0)$，设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，$C(x_3,y_3)$，$D(x_4,y_4)$，

设直线 $AB: y=k_1(x-2)$，直线 $AF: y=\dfrac{y_1}{x_1-1}(x-1)$，直线 $BF: y=\dfrac{y_2}{x_2-1}(x-1)$，

由 $\begin{cases} y=\dfrac{y_1}{x_1-1}(x-1) \\ y^2=4x \end{cases}$ 得 $x^2-2x-\dfrac{4(x_1-1)^2}{y_1^2}x+1=0$

由韦达定理：$x_1x_3=1$，$\therefore x_3=\dfrac{1}{x_1}$，$\therefore y_1=\dfrac{y_1}{x_1-1}\left(\dfrac{1}{x_1}-1\right)=-\dfrac{y_1}{x_1}$，同理：$x_4=\dfrac{1}{x_2}$，$y_4=-\dfrac{y_2}{x_2}$

$$\therefore k_2=\frac{\dfrac{-y_1}{x_1}-\left(-\dfrac{y_2}{x_2}\right)}{\dfrac{1}{x_1}-\dfrac{1}{x_2}}=\frac{-x_2y_1+x_1y_2}{x_2-x_1}=\frac{-x_2\left[k_1(x_1-2)\right]+x_1\left[k_1(x_2-2)\right]}{x_2-x_1}$$

$$=\frac{-k_1x_1x_2+2k_1x_2+k_1x_1x_2-2k_1x_1}{x_2-x_1}=\frac{2k_1(x_2-x_1)}{x_2-x_1}=2k_1$$

$\therefore \dfrac{k_1}{k_2}=\dfrac{1}{2}$.

二、选择题（本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得 5 分，有选错的得 0 分，部分选对的得 3 分.）

9.AC　10.BCD　11.BD　12.AC

三、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分，若有两空，则第一空 2 分，第二空 3 分.）

13. $3x+4y-7=0$　14. $\dfrac{\sqrt{23}}{5}$；5　15. $\dfrac{2+\sqrt{3}}{2}$　16. 1

四、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分．解答应写出必要文字说明、证明过程或演算步骤．第 17 小题满分 10 分，其他小题满分 12 分）

17.解：（Ⅰ）由已知得 $\sin^2 B+\sin^2 C-\sin^2 A=\sin B\sin C$，故由正弦定理得 $b^2+c^2-a^2=bc$．……2 分

由余弦定理得 $\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\dfrac{1}{2}$.　……………………………4 分

因为 $0^\circ<A<180^\circ$，所以 $A=60^\circ$.　……………………………5 分

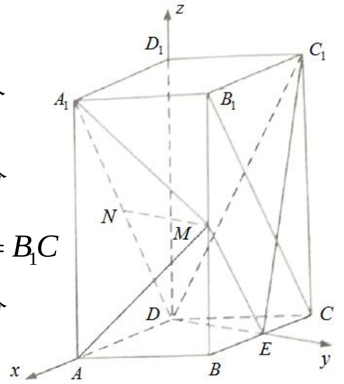
（Ⅱ）由（Ⅰ）知 $B=120^\circ-C$，由题设及正弦定理得 $\sqrt{2}\sin A+\sin\left(120^\circ-C\right)=2\sin C$，……6 分

即 $\dfrac{\sqrt{6}}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos C+\dfrac{1}{2}\sin C=2\sin C$，可得 $\cos\left(C+60^\circ\right)=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ ……………………………8 分

由于 $0^\circ<C<120^\circ$，所以 $\sin\left(C+60^\circ\right)=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，　……………………………9 分

故 $\sin C=\sin\left(C+60^\circ-60^\circ\right)=\sin\left(C+60^\circ\right)\cos 60^\circ-\cos\left(C+60^\circ\right)\sin 60^\circ=\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ …10 分

18. 解：（Ⅰ）连结 B_1C,ME，因为 M,E 分别为 BB_1,BC 的中点，



所以 $ME//B_1C$，且 $ME=\frac{1}{2}B_1C$ ……………………………1分

又因为 N 为 A_1D 的中点，所以 $ND=\frac{1}{2}A_1D$ ………………2分

由题设知 $A_1B_1//DC$ 且 $A_1B_1=DC$，可得 $A_1D//B_1C$ 且 $A_1D=B_1C$

故 $ME//ND$ 且 $ME=ND$， ……………………………3分

因此四边形 $MNDE$ 为平行四边形，所以 $MN//ED$………4分

又 $MN\not\subset$ 平面 EDC_1，$ED\subset$ 平面 EDC_1，

所以 $MN//$ 平面 EDC_1． ……………………………5分

（Ⅱ）由已知可得 $DE\perp DA$，以 D 为坐标原点，$\overrightarrow{DA}$ 的方向为 x 轴正方向，建立空间直角坐标系 $D-xyz$，

则 $A(2,0,0)$，$A_1(2,0,4)$，$M(1,\sqrt{3},2)$，$N(1,0,2)$， ……………………………6分

$\overrightarrow{A_1A}=(0,0,-4)$，$\overrightarrow{A_1M}=(-1,\sqrt{3},-2)$，$\overrightarrow{A_1N}=(-1,0,-2)$，$\overrightarrow{MN}=(0,-\sqrt{3},0)$

设 $\vec{m}=(x,y,z)$ 为平面 A_1MA 的法向量，则 $\begin{cases}\vec{m}\cdot\overrightarrow{A_1M}=0\\ \vec{m}\cdot\overrightarrow{A_1A}=0\end{cases}$，

所以 $\begin{cases}-x+\sqrt{3}y-2z=0,\\ -4z=0.\end{cases}$ 可取 $\vec{m}=(\sqrt{3},1,0)$． ……………………………8分

设 $\vec{n}=(p,q,r)$ 为平面 A_1MN 的法向量，则 $\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{MN}=0,\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{A_1N}=0.\end{cases}$

所以 $\begin{cases}-\sqrt{3}q=0,\\ -p-2r=0.\end{cases}$ 可取 $\vec{n}=(2,0,-1)$． ……………………………10分

于是 $\cos\langle\vec{m},\vec{n}\rangle=\frac{\vec{m}\cdot\vec{n}}{|\vec{m}||\vec{n}|}=\frac{2\sqrt{3}}{2\times\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{15}}{5}$， ……………………………11分

所以二面角 $A-MA_1-N$ 的正弦值为 $\frac{\sqrt{10}}{5}$． ……………………………12分

19. 解：（Ⅰ）设椭圆的半焦距为 c，则由题设，得 $\begin{cases}a=2\\ \frac{c}{a}=\frac{\sqrt{3}}{2}\end{cases}$，解得 $\begin{cases}a=2\\ c=\sqrt{3}\end{cases}$， ……………………………3 分

所以 $b^2=a^2-c^2=4-3=1$， ……………………………4 分

故所求椭圆 C 的方程为 $\frac{y^2}{4}+x^2=1$． ……………………………5 分

（Ⅱ）设点 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，将直线 l 的方程 $y=kx+1$ 代入 $\frac{y^2}{4}+x^2=1$，

并整理，得 $(k^2+4)x^2+2kx-3=0$．（*） ……………………………6 分

则 $x_1+x_2=-\frac{2k}{k^2+4}$，$x_1x_2=-\frac{3}{k^2+4}$ ……………………………7 分

因为以线段 AB 为直径的圆恰好经过坐标原点 O，

所以 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=0$，即 $x_1x_2+y_1y_2=0$． ……………………………8 分

又 $y_1y_2=k^2x_1x_2+k(x_1+x_2)+1$，

于是$-\frac{3(k^2+1)}{k^2+4}-\frac{2k^2}{k^2+4}+1=0$，解得$k=\pm\frac{1}{2}$，　　　　　　　　　…………………………10 分

经检验知：此时（*）式的 $\Delta>0$，符合题意.

所以当$k=\pm\frac{1}{2}$时，以线段AB为直径的圆恰好经过坐标原点O.

此时，$x_1x_2=\pm\frac{4}{17}, x_1x_2=-\frac{12}{17}$，所以$|AB|=\frac{4\sqrt{65}}{17}$　　　　　…………………………12 分

20. 解：（Ⅰ）在正方形$ABCD$中，$AD//BC$，

因为$AD\not\subset$平面PBC，$BC\subset$平面PBC，所以$AD//$平面PBC，…………1 分

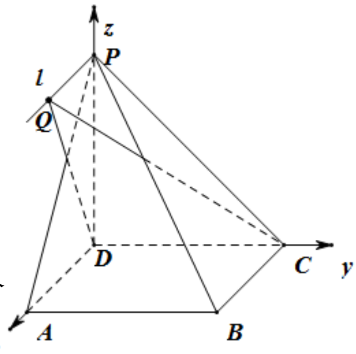
又因为$AD\subset$平面PAD，平面$PAD\cap$平面$PBC=l$，所以$AD//l$，………2 分

因为在四棱锥$P-ABCD$中，底面$ABCD$是正方形，

所以$AD\perp DC, \therefore l\perp DC,$　　　　　…………………………3 分

且$PD\perp$平面$ABCD$，所以$AD\perp PD, \therefore l\perp PD,$…………4 分

因为$CD\cap PD=D$所以$l\perp$平面PDC；…………………………5 分



（Ⅱ）如图建立空间直角坐标系$D-xyz$，因为$PD=AD=1$，

则有$D(0,0,0), C(0,1,0), A(1,0,0), P(0,0,1), B(1,1,0)$，………6 分

设$Q(m,0,1)$，则有$\overrightarrow{DC}=(0,1,0), \overrightarrow{DQ}=(m,0,1), \overrightarrow{PB}=(1,1,-1)$，

设平面QCD的法向量为$\vec{n}=(x,y,z)$，则$\begin{cases}\overrightarrow{DC}\cdot\vec{n}=0\\ \overrightarrow{DQ}\cdot\vec{n}=0\end{cases}$，即$\begin{cases}y=0\\ mx+z=0\end{cases}$，

令$x=1$，则$z=-m$，所以平面QCD的一个法向量为$\vec{n}=(1,0,-m)$，……………………8 分

则$\cos<\vec{n},\overrightarrow{PB}>=\frac{\vec{n}\cdot\overrightarrow{PB}}{|\vec{n}||\overrightarrow{PB}|}=\frac{1+0+m}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{m^2+1}}$　　　　…………………………9 分

所以直线与平面所成角的正弦值等于$|\cos<\vec{n},\overrightarrow{PB}>|=\frac{|1+m|}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{m^2+1}}=\frac{\sqrt{3}}{3}\cdot\sqrt{\frac{1+2m+m^2}{m^2+1}}$ …10 分

$=\frac{\sqrt{3}}{3}\cdot\sqrt{1+\frac{2m}{m^2+1}}\le\frac{\sqrt{3}}{3}\cdot\sqrt{1+\frac{2|m|}{m^2+1}}\le\frac{\sqrt{3}}{3}\cdot\sqrt{1+1}=\frac{\sqrt{6}}{3}$，…………………………11 分

当且仅当$m=1$时取等号，

所以直线PB与平面QCD所成角的正弦值的最大值为$\frac{\sqrt{6}}{3}$.…………………………12 分

21. 解：（Ⅰ）设点$P(x,y)$，则$Q(-1,y)$　　　　…………………………1 分

由$\overrightarrow{QP}\cdot\overrightarrow{QF}=\overrightarrow{FP}\cdot\overrightarrow{FQ}$得$(x+1,0)\cdot(2,-y)=(x-1,y)\cdot(-2,y)$；…………………………3 分

化简得$C: y^2=4x$.　　　　…………………………4 分

（Ⅱ）由已知设直线AB的方程为$x=my+1(m\ne0)$，$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，

则$M(-1,-\frac{2}{m})$　　　　…………………………5 分

联立方程组$\begin{cases}y^2=4x\\ x=my+1\end{cases}$，得$y^2-4my-4=0$，　　　　…………………………6 分

显然$\Delta=16m^2+12>0$，且$\begin{cases}y_1+y_2=4m\\y_1y_2=-4\end{cases}$ ……………………………8 分

由$\overrightarrow{MA}=\lambda_1\overrightarrow{AF}$，$\overrightarrow{MB}=\lambda_2\overrightarrow{BF}$得$y_1+\frac{2}{m}=-\lambda_1y_1$，$y_2+\frac{2}{m}=-\lambda_2y_2$ …………………9 分

整理得$\lambda_1=-1-\frac{2}{my_1}$，$\lambda_2=-1-\frac{2}{my_2}$ ……………………………10 分

$\therefore\lambda_1+\lambda_2=-2-\frac{2}{m}(\frac{1}{y_1}+\frac{1}{y_2})=-2-\frac{2}{m}\cdot\frac{y_1+y_2}{y_1y_2}=-2-\frac{2}{m}\cdot\frac{4m}{-4}=0$ ……………………12 分

22. 解：（Ⅰ）椭圆的左，右焦点分别为$F_1(-c,0),F_2(c,0)$，椭圆的离心率为$\frac{\sqrt{2}}{2}$，即有$\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

即$a=\sqrt{2}c$，$b=\sqrt{a^2-c^2}=c$， ……………………………1 分

以原点为圆心，椭圆的短半轴长为半径的圆方程为$x^2+y^2=b^2$，

直线$y=x+\sqrt{2}$与圆相切，则有$\frac{|\sqrt{2}|}{\sqrt{2}}=1=b$， ……………………………3 分

即有$a=\sqrt{2}$，

则椭圆C的方程为$\frac{x^2}{2}+y^2=1$； ……………………………4 分

（Ⅱ）设$Q(x_1,y_1),R(x_2,y_2),F_1(-1,0)$，

由$\angle RF_1F_2=\angle PF_1Q$，可得直线$QF_1$和$RF_1$关于$x$轴对称

即有$k_{QF_1}+k_{RF_1}=0$，即$\frac{y_1}{x_1+1}+\frac{y_2}{x_2+1}=0$， ……………………………5 分

即有$x_1y_2+y_2+x_2y_1+y_1=0$，① ……………………………6 分

设直线$PQ:y=kx+t$，代入椭圆方程，可得$(1+2k^2)x^2+4ktx+2t^2-2=0$，

判别式$\Delta=16k^2t^2-4(1+2k^2)(2t^2-2)>0$，即为$t^2-2k^2<1$②，……………………7 分

$x_1+x_2=\frac{-4kt}{1+2k^2},x_1x_2=\frac{2t^2-2}{1+2k^2}$③ ……………………………8 分

$y_1=kx_1+t,y_2=kx_2+t$，代入①可得，$(k+t)(x_1+x_2)+2t+2kx_1x_2=0$，

将③代入，化简可得$t=2k$， ……………………………9 分

则直线l的方程为$y=kx+2k$，即$y=k(x+2)$．即有直线l恒过定点$(-2,0)$． ……10 分

将$t=2k$代入②，可得$2k^2<1$，解得$-\frac{\sqrt{2}}{2}<k<0$或$0<k<\frac{\sqrt{2}}{2}$

则直线l的斜率k的取值范围是$\left(-\frac{\sqrt{2}}{2},0\right)\cup\left(0,\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$． ……………………………12 分