泉州七中 2020-2021 学年度上学期高二年数学单元考（6）试卷

20201129

一、选择题（本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.）

1. 已知 $\overrightarrow{AB}=(-1,2,3)$，$B(0,1,2)$，则 A 点坐标为（　　）

A．$(-1,1,1)$　　B．$(1,-1,-1)$　　C．$(-1,1,1)$　　D．$(1,1,1)$

2. 直线 l: $y=-\sqrt{3}x+1$ 的倾斜角为（　　）

A．$-\frac{\pi}{3}$　　B．$\frac{\pi}{6}$　　C．$\frac{2\pi}{3}$　　D．$\frac{5\pi}{6}$

3. 双曲线 $C:\frac{x^2}{4}-y^2=1$ 的渐近线方程为（　　）

A．$y=\pm\frac{1}{4}x$　　B．$y=\pm\frac{1}{2}x$　　C．$y=\pm 2x$　　D．$y=\pm 4x$

4. 设 $x,y\in\mathbf{R}$，向量 $\vec{a}=(x,2,1)$，$\vec{b}=(-2,4,-4)$，且 $\vec{a}\perp\vec{b}$，则 $\vec{a}\cdot(\vec{a}+\vec{b})=$（　　）

A．3　　B．4　　C．6　　D．9

5. 耳杯，亦名“羽觞”，又称“羽杯”等，其状呈椭圆形，且两侧各有一弧形耳，它是古代的一种饮器，既可用于饮酒，亦可以之盛羹。耳杯多为木胎涂漆，也有两耳上鎏金铜饰或全体铜制者. 下图是吉林省博物院馆藏白玉耳杯，其杯高 $3.2cm$，口长 $13cm$，口宽 $9.5cm$，其视觉效果优美与其杯口的离心率约为 0.683 有关. 若要仿制一个杯口离心率为 0.6，口宽为 $8cm$ 的耳杯艺术品，则该艺术品的口长应尽量设计为（　　）

A．$9cm$　　B．$10cm$　　C．$11cm$　　D．$12cm$

6. 过点 $P(2,2)$ 的直线 l 与圆 $C:x^2+y^2+2x+4y-20=0$ 相切，则直线 l 的方程为（　　）

A．$3x-4y+2=0$ 或 $y=\frac{1}{2}x+1$　　B．$x=2$ 或 $4x-3y+2=0$

C．$3x-4y+2=0$　　D．$3x+4y-14=0$

7. $\triangle ABC$ 中，$AB=AC=\sqrt{2}BC$，M 为 AC 中点，N 为 CM 中点，将 $\triangle ABN$ 沿 BN 折起，使 $AN\perp CN$，则此时直线 BM 与 CM 所成角的余弦值为（　　）

A．$\frac{1}{4}$　　B．$\frac{1}{3}$　　C．$\frac{\sqrt{2}}{4}$　　D．$\frac{\sqrt{2}}{3}$

8. 若坐标原点 O 在动直线 $l_1:(m-1)x+2m(y-1)+2=0$ 的射影为 P，则点 P 到直线 $l_2:3x+4y+12=0$ 的距离的取值范围为（　　）

A．$[1,3]$　　B．$[1,5]$　　C．$[2,4]$　　D．$[2,6]$

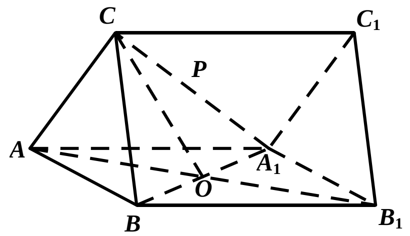
二、选择题（本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，有选错的得 0 分，部分选对的得 3 分.）

9. 已知直线 l_1 过点 $P(1,1)$，直线 l_2: $y=-x+1$.（　　）

A．若 $l_1 /\!/ l_2$，则两直线的距离为 $\frac{1}{2}$　　B．若 $l_1 /\!/ l_2$，则直线 l_1 的方程为 $y=-x+2$

C．若 $l_1\perp l_2$，则直线 l_1 的方程为 $y=x$　　D．若 l_1 在两坐标轴上的截距相等，则 $l_1 /\!/ l_2$

10. 三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AB_1\cap A_1B=O$，点 P 在 CA_1 上，且 $2CP=PA_1$，$\overrightarrow{CA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{CB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{CC_1}=\vec{c}$，则以下说法中正确的是（　　）



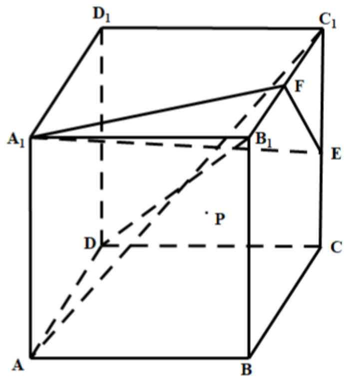
A．$\overrightarrow{CP}=\dfrac{1}{3}(\vec{a}+\vec{c})$

B．$\overrightarrow{CO}=\dfrac{1}{2}(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c})$

C．$OP//$ 平面 $C_1A_1B_1$

D．点 Q 在平面 C_1AB 上，则存在 $x,y\in\mathbf{R}$，使得 $\overrightarrow{CQ}=x\vec{a}+y\vec{b}+(1-x-y)\vec{c}$

11. 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2，E，F 分别是 CC_1，B_1C_1 的中点，点 P 在正方形 ABB_1A_1 边界及内部运动，则下列说法正确的是（　　）



A．异面直线 A_1F 与 BC 所成的角为 $\dfrac{\pi}{4}$

B．平面 A_1EF 截正方体所得的截面面积为 $\dfrac{9}{2}$

C．若 $PF\perp B_1D$，则点 P 的轨迹的长度为 $\sqrt{2}$

D．若 $DP\perp AC_1$，则点 P 必在线段 A_1B 上

12. 对于曲线 C：$|\dfrac{x}{4}|^n+|y|^n=1(n\in\mathbf{N}^*)$，以下说法中正确的是（　　）

A．对于 $n\in\mathbf{N}_+$，C 恒过定点 $(\pm1,0),(0,\pm4)$　　B．当 $n=1$ 时，C 围成的图形的面积等于 8

C．对于 $n\in\mathbf{N}_+$，C 围成的图形的面积恒小于 16　　D．随着 n 的增大，C 围成的图形的面积越来越小

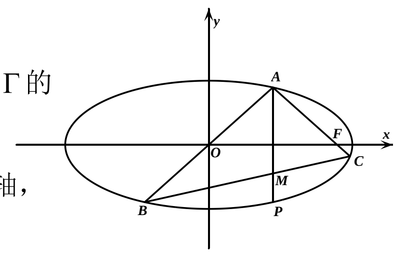
三、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分，若有两空，则第一空 2 分，第二空 3 分.）

13. 双曲线 Γ 的焦点坐标为 $(2,0),(-2,0)$，且经过点 $A(\sqrt{6},1)$，则 Γ 的标准方程为________________.

14. 已知圆 C_1：$x^2+y^2+2x-6y-15=0$ 与圆 C_2：$x^2+y^2-x-4y-11=0$ 相交，

则 C_1,C_2 的公共弦所在直线的方程是__________________.

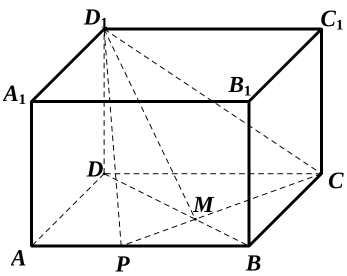
15. 如图，椭圆 $\Gamma:\dfrac{x^2}{5}+y^2=1$ 的内接 $\triangle ABC$ 中，AB 边过 Γ 的中心，AC 过 Γ 的右焦点 F，$\angle BAC$ 的平分线与 BC 交于 M，与 Γ 交于另一点 P 若 $AP\perp x$ 轴，则 A 的横坐标 $x_0=$_________；$\dfrac{|AM|}{|AP|}$ 的值为_________.



16. 如图，长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=2AD=6,AA_1=4$，

点 P 为线段 AB 上的动点，CP 与 BD 交于点 M，

则 $\triangle CD_1P$ 周长的最小值为_________；$\triangle CD_1M$ 面积的最小值为_________.



四、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分．解答应写出必要文字说明、证明过程或演算步骤．第 17 小题满分 10 分，其他小题满分 12 分）

17.（本小题满分 10 分）已知$\triangle ABC$的三点$A(-1,0),B(2,0),C(0,3)$.

（Ⅰ）求BC边的中线所在直线的方程；

（Ⅱ）过点$P(1,3)$的直线l与$\triangle ABC$相交，求直线l的斜率的取值范围.

18.（本小题满分 12 分） 已知抛物线$C:y^2=2px(p>0)$的焦点为F，其准线与x轴交于点Q，$M(m,4)$为C上一点，若$\triangle MQF$的面积为4.

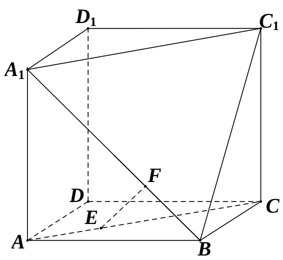
（Ⅰ）求C的方程；

（Ⅱ）若直线l过C的焦点，且被C截得的弦长为8，求直线l的方程.

19.（本小题满分 12 分）如图所示的几何体是正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$由平面A_1BC_1截后所得的部分，点E在AC上，且$CE=2AE$，点F在A_1B上，且$A_1F=2BF$.

（Ⅰ）求证：$EF\perp BC_1$；

（Ⅱ）求平面A_1BC_1与平面CDD_1C_1所成角的余弦值.



20.（本小题满分 12 分）已知直线$l:y=-\dfrac{1}{2}x+1$与圆$C:x^2+y^2=r^2$交于A,B，曲线$y=\dfrac{2}{x}$上的点P满足$|PA|=|PB|$.

（Ⅰ）求P的坐标；

（Ⅱ）若P在圆C上，求$\cos\angle APB$.

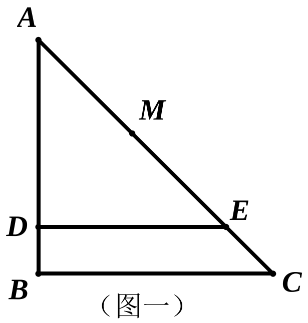
21.（本小题满分 12 分）如图一所示的$\triangle ABC$中，$\angle ABC=90°, AB=BC=5$，D,E分别是AB,AC边上的点，且$\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}=\frac{4}{5}$，$M$为$AE$中点，将$\triangle ADE$沿$DE$折起到$\triangle A'DE$位置，如图二所示.

（Ⅰ）当$\angle A'DB=90°$时，求直线$A'B$与直线BM所成角的余弦值；

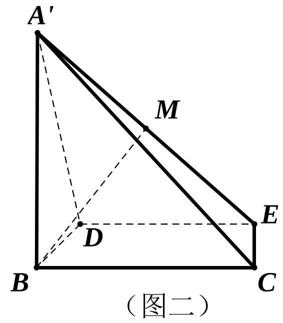
（Ⅱ）从下列条件中任选一个，补充在下面的横线上，并作答：

① $\angle A'DB=60°$；　　② $BM=3$；　　③ $A'B=\sqrt{15}$

若__________，求直线$A'B$与平面MBC所成角的正切值.



（图一）



（图二）

22.（本小题满分 12 分）已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\frac{\sqrt{2}}{2}$，$C$上的点到其焦点的最大距离为$2\sqrt{2}+2$.

（Ⅰ）求C的标准方程；

（Ⅱ）是否存在圆心在原点的圆，使得该圆的任意一条切线与C恒有两个交点A,B，且以AB为直径的圆过原点？若存在，写出该圆的方程，若不存在，请说明理由.

泉州七中 2020-2021 学年度上学期高二年数学单元考（6）试卷参考答案

一、选择题（本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.）

1-4:BCBD　5-8:BDAC

8.【解析】直线 $l_1: m(x+2y-2)-x+2=0$ 过定点 $A(2,0)$，

直线 l_1 运动过程中，原点在直线 l_1 上的射影 P 的轨迹是以 OA 为直径的圆，记圆心 $C(1,0)$，半径为 1，

由点 $C(1,0)$ 到直线 l_2 距离 $d=\dfrac{15}{5}=3$ 可得，动点 P 到直线 l_2 距离取值范围为 $[d-1,d+1]$，即 $[2,4]$

二、选择题（本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，有选错的得 0 分，部分选对的得 3 分.）

9. BC　10. ABD　11. BCD　12. BC

12.【解析】对于 $n\in \mathbf{N}_+$ 因为 $1^n=1$，所以 C 恒过定点 $(\pm4,0),(0,\pm1)$， A 正确；

当 $n=1$ 时，C 围成的图形是一个菱形，如图 ，所以面积等于 8，故 B 正确；

由对称性，我们考虑 $0<x<1, 0<y<4$，对于任意给定的 x_0，

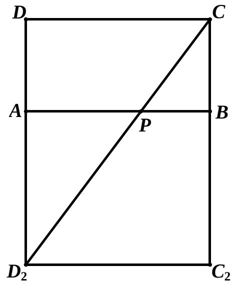
由指数函数的单调性可得随着 n 的增大，$(\dfrac{x_0}{4})^n$ 越来越小，趋近于 0，

又因为 $(\dfrac{x_0}{4})^n+y^n=1$，所以随着 n 的增大，y^n 越来越大，趋近于 1，即 y 越来越大，趋近于 1.

所以随着 n 的增大，C 围成的图形趋近于矩形, 如图 ，C 正确，D 错误.

三、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分，若有两空，则第一空 2 分，第二空 3 分.）

13. $\dfrac{x^2}{3}-y^2=1$　14. $3x-2y-4=0$　15. 1；$\dfrac{3}{4}$　16. $10+2\sqrt{13}$；$\dfrac{12\sqrt{377}}{29}$



16.【解析】第 1 问，把矩形 ABC_1D_1 绕着 AB 旋转到平面 $ABCD$ 中，成为 ABC_2D_2 如右图，

则有 $D_1P+CP\le CD_1=\sqrt{6^2+8^2}=10$，

所以 $\triangle CD_1P$ 周长的最小值为 $CD_1+CD_2=2\sqrt{13}+10$

第 2 问，分别以 DA,DC,DD_1 所在直线为坐标轴建立空间直角坐标系

则有 $D(0,0,0),C(0,6,0),B(3,6,0),D_1(0,0,4)$，$\overrightarrow{DB}=(3,6,0),\overrightarrow{D_1C}=(0,6,-4)$

设 $\vec{m}=(x,y,z)$ 满足 $\overrightarrow{DB}\cdot\vec{m}=0,\overrightarrow{D_1C}\cdot\vec{m}=0$，所以 $\begin{cases}3x+6y=0\\6y-4z=0\end{cases}$，取 $\vec{m}=(-4,2,3)$，

则直线 BD 与直线 D_1C 的距离 $d=\dfrac{|\overrightarrow{DD_1}\cdot\vec{m}|}{|\vec{m}|}=\dfrac{12}{\sqrt{29}}$

所以 $\triangle CD_1M$ 面积的最小值为 $S=\dfrac{1}{2}CD_1\cdot d=\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{13}\times\dfrac{12}{\sqrt{29}}=\dfrac{12\sqrt{377}}{29}$

四、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分．解答应写出必要文字说明、证明过程或演算步骤．第 17 小题满分 10 分，其他小题满分 12 分）

17. 解：（Ⅰ）因为 BC 中点 M 的坐标为 $\left(\dfrac{2+0}{2},\dfrac{0+3}{2}\right)$，即 $M\left(1,\dfrac{3}{2}\right)$，…………… 1 分

所以 BC 边的中线所在直线为 AM，因为 $k_{AM}=\dfrac{3}{4}$，…………… 3 分

所以直线的方程为 $y-0=\dfrac{3}{4}[x-(-1)]$ 即 $y=\dfrac{3}{4}x+\dfrac{3}{4}$（或 $3x-4y+3=0$）…… 5 分

（Ⅱ）当直线 l 斜率不存在时，直线 $x=1$ 过点 $P(1,3)$ 且与 $\triangle ABC$ 的边相交；…………… 6 分

当直线 l 斜率存在时, $k_{AP}=\frac{0-3}{-1-1}=\frac{3}{2}$， $k_{BP}=\frac{0-3}{2-1}=-3$， $k_{CP}=\frac{3-3}{0-1}=0$， …………… 9 分

所以直线 l 斜率的取值范围为 $(-\infty,-3]\cup[0,+\infty)$ …………… 10 分

18. 解：（Ⅰ）依题意得： $S_{\Delta MQF}=\frac{1}{2}|QF|\times 4=4$ …………… 2 分

因为 $|QF|=p$，所以 $2p=4$，解得： $p=2$ …………… 3 分

所以 C 的方程为： $y^2=4x$ …………… 4 分

（Ⅱ） C 的焦点坐标为 $(1,0)$，设直线 l 与 C 的交点为 $A(x_1,y_1)$， $B(x_2,y_2)$

当直线 l 与 x 轴垂直时，弦长为 $|AB|=2p=4$，不符合题意，舍去. …………… 5 分

当直线 l 与 x 轴不垂直时，设直线 l 的方程为： $y=k(x-1)\quad(k\neq 0)$ …………… 6 分

联立 $\begin{cases}y=k(x-1)\\ y^2=4x\end{cases}$ 得： $k^2x^2-(2k^2+4)x+k^2=0$ …………… 7 分

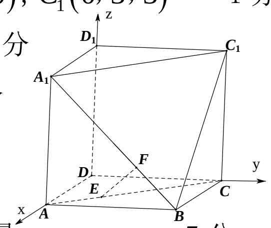
$\Delta=(2k^2+4)^2-4k^4=16k^2+16>0\quad x_1+x_2=\frac{2k^2+4}{k^2}$ …………… 8 分

因为 $|AB|=x_1+x_2+p=8$，所以 $\frac{2k^2+4}{k^2}+2=8$ … 10 分，解得： $k=\pm 1$ ………… 11 分

所以直线 l 的方程为： $y=x-1$ 或 $y=-x+1$ …………… 12 分

19. 解：如图, 以点 B 为坐标原点，分别以 DA， DC， DD_1 所在直线为坐标轴建立空间直角坐标系.

不妨设正方体的边长为3，则 $A(3,0,0)$, $B(3,3,0)$, $A_1(3,0,3)$, $C(0,3,0)$, $C_1(0,3,3)$……1 分



（Ⅰ）由 $CE=2AE$， $A_1F=2BF$, 得 $\overrightarrow{AC}=3\overrightarrow{AE}$， $\overrightarrow{BA_1}=3\overrightarrow{BF}$, ……………2 分

可得 $E(2,1,0)$， $F(3,2,1)$, 所以 $\overrightarrow{EF}=(1,1,1)$, $\overrightarrow{BC_1}=(-3,0,3)$ ………4 分

所以 $\overrightarrow{EF}\cdot\overrightarrow{BC_1}=1\times(-3)+1\times 0+1\times 3=0$, ……………5 分

所以 $EF\perp BC_1$ ……………6 分

（Ⅱ）显然 $DA\perp$ 平面 CDD_1C_1，所以 $\overrightarrow{DA}=(3,0,0)$ 是平面 CDD_1C_1 的一个法向量. ……………7 分

又 $\overrightarrow{A_1C_1}=(-3,3,0)$， $\overrightarrow{BC_1}=(-3,0,3)$, 设平面 A_1BC_1 的一个法向量为 $\vec{n}=(x,y,z)$，

所以 $\begin{cases}\overrightarrow{A_1C_1}\cdot\vec{n}=0\\ \overrightarrow{BC_1}\cdot\vec{n}=0\end{cases}$，得 $\begin{cases}-x+y=0\\ -x+z=0\end{cases}$. ……………9 分，令 $x=1$，得 $\vec{n}=(1,1,1)$ ……………10 分

故 $\cos(\overrightarrow{DA},\vec{n})=\frac{\overrightarrow{DA}\cdot\vec{n}}{|\overrightarrow{DA}||\vec{n}|}=\frac{3}{3\times\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$， ……………11 分

所以平面 A_1BC_1 与平面 CDD_1C_1 所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$. ……………12 分

20. 解：（Ⅰ）由 $|PA|=|PB|$ 知， OP 垂直平分 AB， ……………1 分

设 $P(x_0,\frac{2}{x_2})$，由 $k_{AB}\cdot k_{OP}=-1$，得 $\frac{2}{{x_0}^2}=2$，解得 $x_0=\pm 1$， ……………3 分

故 P 的坐标为 $(1,2)$ 或 $(-1,-2)$ ……………5 分

（Ⅱ）法一：当 P 的坐标为 $(1,2)$ 时，连接 OP 与 AB 交于点 H，

$|OH|=\frac{|1|}{\sqrt{1+\frac{1}{4}}}=\frac{2}{\sqrt{5}}$， $r=|OP|=\sqrt{5}$，…6 分，故 $|AB|=2\sqrt{r^2-|OH|^2}=2\sqrt{\frac{21}{5}}$，……7 分

又 $|PH|=|OP|-|OH|=\frac{3}{\sqrt{5}}$，易得 $|PA|=|PB|=\sqrt{\frac{30}{5}}$， ……………8 分

$\triangle ABP$ 中，由余弦定理， $\cos\angle APB=\frac{|PA|^2+|PB|^2-|AB|^2}{2|PA||PB|}=-\frac{2}{5}$； ……………10 分

当 P 的坐标为 $(-1,-2)$ 时，由平面几何知识，此时 $\cos\angle APB$ 与 $(1,2)$ 时互补，

故 $\cos\angle APB=\dfrac{2}{5}$ ……………11 分，综上，$\cos\angle APB=\pm\dfrac{2}{5}$ ……………12 分

法二：当 P 的坐标为 $(1,2)$ 时，连 OP 交 AB 于点 H，记 $\angle APB=\alpha$，则 $\angle BOH=\pi-\alpha$，…6 分

$|OH|=\dfrac{|1|}{\sqrt{1+\frac{1}{4}}}=\dfrac{2}{\sqrt{5}}$，$|OB|=|OP|=\sqrt{5}$，……………8 分

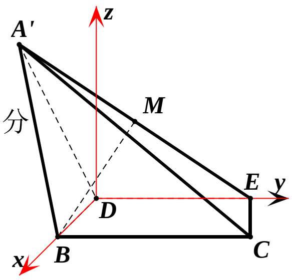
则 $\cos\angle BOH=\dfrac{|OH|}{|OB|}=\dfrac{2}{5}$，……9 分，故 $\cos\angle APB=\cos(\pi-\alpha)=-\dfrac{2}{5}$，……10 分

当 P 的坐标为 $(-1,-2)$ 时，由平面几何知识，此时 $\cos\angle APB$ 与 $(1,2)$ 时互补，

故 $\cos\angle APB=\dfrac{2}{5}$ ……………11 分，综上，$\cos\angle APB=\pm\dfrac{2}{5}$ ……………12 分

21. 解：（Ⅰ）由已知，DB,DE,DA 两两垂直，所以分别以 DB,DE,DA 所在直线为坐标轴建立空间直角坐标系，

则有 $A'(0,0,4),B(1,0,0),C(1,5,0),E(0,4,0),M(0,2,2)$ ……………1 分



所以 $\overrightarrow{A'B}=(1,0,-4),\overrightarrow{BM}=(-1,2,2)$ ……………2 分

所以 $\cos<\overrightarrow{A'B},\overrightarrow{MC}>=\dfrac{|\overrightarrow{A'B}\cdot\overrightarrow{BM}|}{|\overrightarrow{A'B}|\cdot|\overrightarrow{BM}|}=\dfrac{|-1+0-8|}{\sqrt{17}\cdot 3}=\dfrac{3\sqrt{17}}{17}$ ……………4 分

所以直线 $A'B$ 与直线 CM 所成角的余弦值为 $\dfrac{3\sqrt{17}}{17}$ ……………5 分

（Ⅱ）**若选①**，则 A' 在平面 $BCED$ 的射影在直线 DB 上，

分别以 DB,DE 为 x 轴，y 轴建立如图空间直角坐标系 $D-xyz$

则 $D(0,0,0),B(1,0,0),C(1,5,0),E(0,4,0)$ ……………6 分

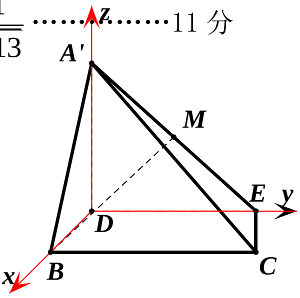
由 $\angle A'DB=60^\circ$ 及 $A'D=4$ 可知 $A'(2,0,2\sqrt{3}),M(1,2,\sqrt{3})$ ……………7 分

则有 $\overrightarrow{BA'}=(1,0,2\sqrt{3}),\overrightarrow{BM}=(0,2,\sqrt{3}),\overrightarrow{BC}=(0,5,0)$ ……………8 分

设 $\boldsymbol{m}=(x,y,z)$ 为平面 MBC 的法向量，则有 $\begin{cases}\boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{BC}=0\\ \boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{BM}=0\end{cases}$，即 $\begin{cases}5y=0\\ 2y+\sqrt{3}z=0\end{cases}$，………9 分

取 $\boldsymbol{m}=(1,0,0)$ ……………10 分

记直线 $A'B$ 与平面 MBC 所成角为 θ，则有 $\sin\theta=\dfrac{|\boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{BA'}|}{|\boldsymbol{m}|\cdot|\overrightarrow{BA'}|}=\dfrac{1}{\sqrt{13}}$ ……………11 分



所以 $\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}=\dfrac{\sqrt{3}}{6}$ ……………12 分

若选②，连接 DM，可得 $DM=2\sqrt{2},BD=1$ ……………6 分

又 $BM=3$，所以有 $BM^2=DM^2+BD^2$，即 $BD\perp DM$

又 $BD\perp DE,DE\cap DM=D$，故 $BD\perp$ 平面 ADE ……………7 分

所以 DB,DE,DA 两两垂直，所以分别以 DB,DE,DA 所在直线为坐标轴建立空间直角坐标系，

则 $A'(0,0,4),B(1,0,0),C(1,5,0),E(0,4,0),M(0,2,2)$ ……………8 分

所以 $\overrightarrow{BA'}=(-1,0,4),\overrightarrow{BM}=(-1,2,2),\overrightarrow{BC}=(0,5,0)$ ……………9 分

设 $\boldsymbol{m}=(x,y,z)$ 为面 MBC 的法向量，则 $\begin{cases}\boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{BC}=0\\ \boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{BM}=0\end{cases}$ 即 $\begin{cases}-x+2y+2z=0\\ 5y=0\end{cases}$，取 $\boldsymbol{m}=(2,0,1)$ …10 分

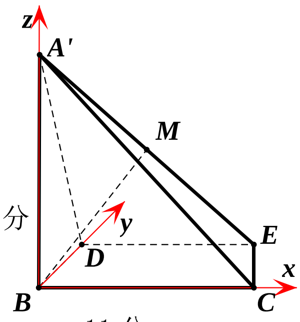
记直线 $A'B$ 与平面 MBC 所成角为 θ，则有 $\sin\theta=\dfrac{|\boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{BA'}|}{|\boldsymbol{m}|\cdot|\overrightarrow{BA'}|}=\dfrac{2}{\sqrt{85}}$ ……………11 分

所以 $\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}=\dfrac{2}{9}$ ……………12 分

若选③，$A'B=\sqrt{15}$，又 $A'D=4, BD=1$，故 $A'B\perp BD$ ……………6 分

即 $A'B\perp$ 平面 $BCED$，所以分别以 BC, BD, BA' 所在直线为坐标轴建立空间直角坐标系，

则 $A'(0,0,\sqrt{15}), B(0,0,0), C(5,0,0), D(0,1,0), E(4,1,0), M(2,\frac{1}{2},\frac{\sqrt{15}}{2})$ ……………7 分



所以 $\overrightarrow{BA'}=(0,0,\sqrt{15}), \overrightarrow{BM}=(2,\frac{1}{2},\frac{\sqrt{15}}{2}), \overrightarrow{BC}=(5,0,0)$ ……………9 分

设 $\boldsymbol{m}=(x,y,z)$ 为平面 MBC 的一个法向量

则有 $\begin{cases}\boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{BC}=0\\ \boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{BM}=0\end{cases}$，即 $\begin{cases}2x+\frac{1}{2}y+\frac{\sqrt{15}}{2}z=0\\ 5x=0\end{cases}$，取 $\boldsymbol{m}=(0,\sqrt{15},-1)$ …10 分

记直线 $A'B$ 与平面 MBC 所成角为 θ，则有 $\sin\theta=\frac{|\boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{BA'}|}{|\boldsymbol{m}|\cdot|\overrightarrow{BA'}|}=\frac{1}{4}$ ……………11 分

所以 $\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\frac{\sqrt{15}}{15}$ ……………12 分

22. 解：（Ⅰ）设椭圆的左右焦点坐标为 $F_1(-c,0)$，$F_2(c,0)$，因为离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$，所以 $\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，………1 分

又因为 $a+c=2\sqrt{2}+2$，所以 $a=2\sqrt{2}$，$c=2$，$b^2=4$ ……………3 分

故椭圆 C 的标准方程为 $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$ ……………4 分

（Ⅱ）假设存在圆心在原点的圆，使得该圆的任意一条切线 l 与 C 恒有两个交点 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，且以 AB 为直径的圆过原点.

当切线 l 的斜率存在时，设切线 l 方程为：$y=kx+m$

联立 $\begin{cases}y=kx+m\\ \frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1\end{cases}$ 得：$(1+2k^2)x^2+4kmx+2m^2-8=0$ ……………5 分

则 $\Delta=16k^2m^2-4(1+2k^2)(2m^2-8)=8(8k^2-m^2+4)>0$ 即 $8k^2-m^2+4>0$ ①……………6 分

且 $x_1+x_2=-\frac{4km}{1+2k^2}$，$x_1x_2=\frac{2m^2-8}{1+2k^2}$，$y_1y_2=\frac{m^2-8k^2}{1+2k^2}$ ……………7 分

因为以 AB 为直径的圆过原点，所以 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=0$ 即 $x_1x_2+y_1y_2=0$

所以有 $\frac{2m^2-8}{1+2k^2}+\frac{m^2-8k^2}{1+2k^2}=0$，化简得：$k^2=\frac{3m^2-8}{8}\geq 0$ ②

由①②可得：$m\geq\frac{2\sqrt{6}}{3}$ 或 $m\leq-\frac{2\sqrt{6}}{3}$ ……………10 分

因为以原点为圆心的圆与切线 l 相切，所以此圆的半径为 $r=\frac{|m|}{\sqrt{1+\frac{3m^2}{8}-1}}=\sqrt{\frac{8}{3}}$

即该圆的方程为 $x^2+y^2=\frac{8}{3}$，符合题意；……………11 分

当切线 l 的斜率不存在时，不妨设切线 l 方程为：$x=\frac{2\sqrt{6}}{3}$，

则与椭圆 $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$ 的两组交点为 $(\frac{2\sqrt{6}}{3},\frac{2\sqrt{6}}{3})$，$(\frac{2\sqrt{6}}{3},-\frac{2\sqrt{6}}{3})$，满足 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=0$ …………12 分

综上，存在圆心在原点的圆，使得该圆的任意一条切线 l 与 C 恒有两个交点 A,B，

且以 AB 为直径的圆过原点.