**2021年泉州七中高二上期末数学复习——解析几何专题**

**【要点梳理】**

1、求轨迹方程的问题，牢记“定义法、几何法、相关点法、消参法、交轨法”。

2、直线与圆锥曲线相交的问题，牢记“联立方程，韦达定理，把要求的量转化为韦达定理”，当然别忘记判别式△>0的范围限制和直线斜率不存在的情况。

3、涉及弦中点的问题，牢记“点差法”是联系中点坐标和弦所在直线的斜率的好方法。

4、求参数范围的问题，牢记“先找不等式，有时需要找出两个量之间的关系，然后消去另一个量，保留要求的量”。不等式的来源可以是：①△>0；②圆锥曲线的有界性；③题目条件中的某个量的范围；④利用基本不等式及三角形边的关系；⑤点在圆锥曲线的内外部；⑥利用求值域的方法.

5、涉及线段分点的问题，牢记“用向量转化为坐标，或考虑几何意义”。

6、求最值的问题，牢记“转化为只含一个变量的目标函数，确定变量的范围”或“考虑几何意义”。

7、存在探索性问题，牢记“利用几何性质把问题转化”，例如转化为方程根存在问题。

8、处理解析几何问题时，要多从**几何特征去分析**，**先猜想后验证**，解答题从**规范解题**步骤上下功夫，争取分步得高分．

**考点一、对圆锥曲线定义的考查**

**1、第一定义：**平面内到两定点的距离之和/差为定值的动点的轨迹（椭、双）；

**2、第二定义：**平面内到定点的距离与到定直线的距离之比为常数的动点的轨迹（椭、双、抛）；

**3、第三定义：**平面内与两定点（关于原点对称）的斜率之积为常数的动点的轨迹。

设有心圆锥曲线*C*（圆、椭、双）的方程为，若点*M*、*N*关于曲线*C*的中心对称，*P*为曲线*C*上任一点，存在，则.

1、已知抛物线，焦点为，为平面上的一定点，为该抛物线上的一动点，则的最小值为 ．

2、已知*F*1，*F*2是椭圆*C*：＋＝1(*a*>*b*>0)的左、右焦点，点*P*在椭圆*C*上，线段*PF*2与圆*x*2＋*y*2＝*b*2相切于点*Q*，且点*Q*为线段*PF*2的中点，则椭圆*C*的离心率为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

3、已知双曲线，过轴上点的直线与双曲线的右支交于两点（在第一象限），直线交双曲线左支于点（为坐标原点），连接.若，，则该双曲线的离心率为（ ）

A.  B.  C.  D. 

**考点二、离心率问题**

1、分类标准：圆：；椭圆：；双曲线：；抛物线：.

2、计算公式：①；②（椭圆）；③（双曲线）

3、焦半径范围：椭圆：；双曲线：；

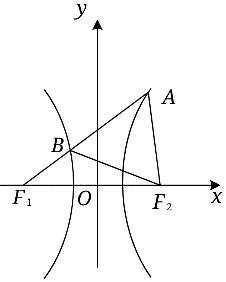
4、离心率与曲线形状特征：离心率越大，椭圆越扁，双曲线开口越大.

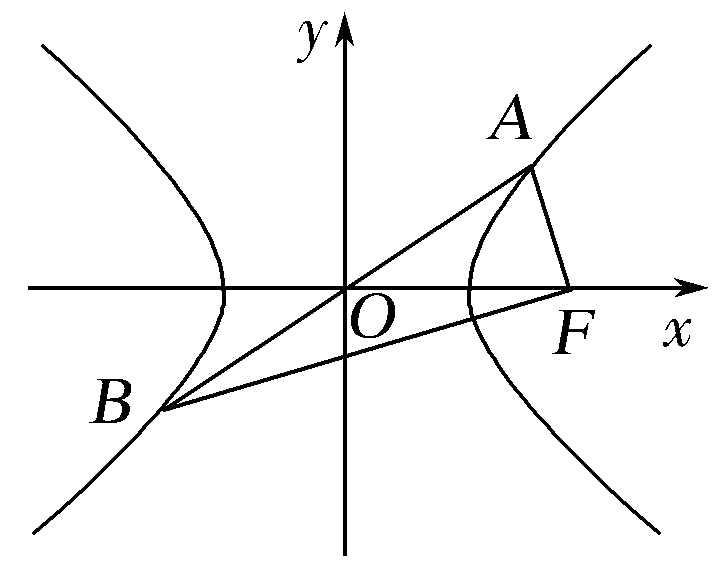
5、椭圆上存在点使得（为焦点），则

6、椭圆（双曲线）中焦点三角形两个底角分别为，则（）

7、设点是离心率为，焦点在轴上的圆锥曲线的一个焦点，过的弦与轴的夹角为，分所成的比为，则.

8、若椭圆和双曲线共焦点，为公共点，且，椭圆和双曲线的离心率分别为，则 ，

4、如图，是双曲线的左、右焦点，过的直线与双曲线的左右两支分别交于点*A*、*B*. 若为等边三角形，则双曲线的离心率为\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

5、如图，已知双曲线－＝1(*a*>0，*b*>0)上有一点*A*，它关于

原点的对称点为*B*，点*F*为双曲线的右焦点，且满足*AF*⊥*BF*，

设∠*ABF*＝*α*，且*α*∈，则该双曲线的离心率*e*的取值

范围为(　 　)

A.[，＋1] B.[，2＋] C.[，2＋] D.[，＋1]

6、倾斜角为的直线经过椭圆 右焦点，与椭圆交于两点，且，则该椭圆的离心率为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

7、过双曲线－＝1(*a*>0，*b*>0)的右焦点*F*作一条直线，当直线斜率为1时，直线与双曲线左、右两支各有一个交点；当直线斜率为3时，直线与双曲线右支有两个不同的交点，则双曲线离心率的取值范围为(　　)

A.(1，) B.(1，) C.(，) D.(，)

8、已知为椭圆和双曲线的公共焦点，为它们的一个公共点，且，则椭圆和双曲线的离心率之积的最小值是（ ）

A.  B.  C. 1 D. 

**考点三、阿波罗尼斯圆**

公元前3世纪，古希腊数学家阿波罗尼斯（*Apollonius*）在《平面轨迹》一书中，曾研究了众多的平面轨迹问题，其中有如下结果：**到两定点距离之比等于已知数的动点轨迹为直线或圆．**如图，点为两定点，动点满足，则时，动点的轨迹为直线；当时，动点的轨迹为圆，称之为**阿波罗尼斯圆，记圆心为****，半径为****，则****，**．

9、已知圆*O*：*x*2＋*y*2＝1和点*A*(－2，0)，若定点*B*(*b*，0)(*b*≠－2)和常数*λ*满足：对圆*O*上任意一点*M*，都有|*MB*|＝*λ*|*MA*|，则(1)*b*＝\_\_\_\_\_\_\_\_； (2)*λ*＝\_\_\_\_\_\_\_\_．

10、在平面直角坐标系中，设点，若存在点，使得，则实数的取值范围是 ．

**考点四、直线与圆的方程**

**一、位置关系的判定：**

**1、代数法：**联立方程，计算判别式，由方程组解的个数判定位置关系；

**2、几何法**：利用距离（点与圆心、直线与圆心、圆心距）与半径（或）的大小判定.

**3、两直线的位置关系**

①系数判定法：主要适用于**两直线均含参数**的问题，先把直线的方程改写为一般式，如直线，直线，则

平行：并舍弃“重合”情形；相交：；垂直：

②斜率判定法：主要适用于其中一条直线斜率已知的问题，记直线，直线，则平行：且；相交：； 垂直：

**二、两圆公共弦问题**

1、两圆的根轴



2、根轴的求法：，作差消去平方项，得

根轴的方程为：

3、根轴的性质：根轴与连心线垂直；两圆相交时根轴即为公共弦所在直线；两圆相切时根轴即为公切线。

4、公共弦长的求法：①代数法：求出交点，结合两点间距离公式；②几何法：垂径定理。

11、曲线*y*＝1＋与直线*y*＝*k*(*x*－2)＋4有两个交点，则实数*k*的取值范围是(　　)

A. B.C. D.

12、已知直线与相交于点，点是上的动点，则点与的距离最大值为

A. B. C. D.

13、已知圆，圆，平面上一动点.

(1)点引两圆的切线，切点分别为，，求切线长|*PB*|的最小值；

(2)若以*P*为圆心的动圆与圆、圆同时相切，求圆心*P*的轨迹方程．

**考点五、解几几何中方程的联立方式**

1. 大联立：从直线入手，不好直接求出交点坐标，利用韦达定理整体处理；
2. 小联立：从点入手，其中一点在曲线上，另一点的坐标可以利用韦达定理解出；
3. 不联立：如点差法等，利用点在曲线上进行变换处理.

14、（小联立）（2016年全国卷Ⅱ）已知椭圆：的焦点在轴上，是的左顶点，斜率为的直线交于，两点，点在上，．

（1）当，时，求的面积；

（2）当时，求的取值范围．

15、（不联立）已知抛物线，其焦点为为坐标原点，直线与抛物线相交于不同的两点，为的中点.若直线过焦点，的垂直平分线交轴于点，求证：为定值.

**考点六、对位置关系的考查——相切问题**

1、圆心到直线的距离等于半径；

2、联立直线与圆锥曲线方程，利用判别式等于0；

记椭圆，直线，则

3、由得P处切线斜率，再用点斜式求解；

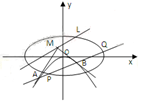
4、若在曲线上，利用，

得处切线方程为：圆，椭圆，抛物线.

16、已知椭圆*C*: 的一个焦点为(,0)，离心率为.

(1)求椭圆*C*的标准方程.

(2)若动点为椭圆*C*外一点，且点*P*到椭圆*C*的两条切线相互垂直，求点*P*的轨迹方程.

17、椭圆的离心率为，且过点，抛物线的焦点坐标为学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！.

（1）求椭圆学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！和抛物线学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！的方程；

（2）若点学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！是直线学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！上的动点，过点学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！作抛物

线学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！的两条切线，切点分别是学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！，直线学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！交椭圆学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！于学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！两点.

(i)求证：直线学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！过定点，并求出该定点的坐标；

(ii)当学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！的面积取最大值时，求直线学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！的方程.

**考点七、与线段或面积有关的求值、范围、比值问题**

1. 线段相等：如如等腰三角形或者中垂线或者对称问题等，可转化为（*M*为*AB*中点）；

2. 弦长公式：

3. 面积比线段比：利用弦长公式化为坐标之差的比或者转为向量关系；

4. 面积的计算：

5. 补充公式：若，则；

6. 注意面积与数量积的区别与联系：.

18、已知圆和点，动圆经过点且与圆相切，圆心的轨迹为曲线.

（1）求曲线的方程；

（2）点是曲线与轴正半轴的交点，点在曲线上，若直线的斜率，满足，求面积的最大值.

19、（2015四川）如图所示，椭圆：的离心率是，过点的动直线与椭圆相交于两点，当直线平行于轴时，直线被椭圆截得的线段长为．

（1）求椭圆的方程；

（2）在平面直角坐标系中，是否存在与点不同的定点，

使得恒成立？若存在，求出点的坐标；若不存在，请说明理由．

**考点八、定点、定值问题**

1、求定值问题常见的方法有两种：

①从特殊入手，求出定值，再证明这个值与变量无关；注意对称的应用；

②直接推理、计算，并在计算推理的过程中消去变量，从而得到定值.

2、求解直线和曲线过定点问题的基本思路是：

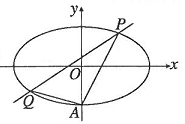
①把直线或曲线方程中的变量*x*，*y*当作常数看待，把方程一端化为零，既然是过定点，那么这个方程就要对任意参数都成立，这时参数的系数就要全部等于零，这样就得到一个关于*x*，*y*的方程组，这个方程组的解所确定的点就是直线或曲线所过的定点.

②由直线方程确定定点，若方程为*y*－*y*0＝*k*(*x*－*x*0)，则过定点(*x*0，*y*0)；若方程为

*y*＝*kx*＋*m*，则过定点(0，*m*)；若方程为，则过定点(*n*，0)；若方程为，则过的定点为与的交点.

3、“A字型”定点定值问题，若为定值或为定值，则直线过定点或者斜率为定值．特别地，“弦对定点张直角”：圆锥曲线如椭圆上任意一点作相互垂直的直线交圆锥曲线于，则直线过定点．

4、圆锥曲线（椭圆、双曲线、抛物线）中，直线与曲线交于四点，则有： 四点共圆。特别地，曲线上的点与曲线上的两动点满足直线*PA*与直线*PB*的斜率互为相反数，则直线*AB*的斜率为定值，定值为处切线的斜率.

20、如图，椭圆高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。经过点高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。，且离心率为高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。.

(I)求椭圆高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。的方程；

(II)经过点高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。，且斜率为高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。的直线与椭圆高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。交于不同

两点高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。（均异于点高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。），证明：直线高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。与高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。的斜率之和为2.

21、已知点，直线，直线垂直于点，线段的垂直平分线交于点．

（1）求点的轨迹的方程；

（2）已知点，过且与轴不垂直的直线交于两点，直线分别交于点，求证：以为直径的圆必过定点．

22、如图，点，分别为椭圆的左右顶点，为椭圆上非顶点的三点，直线的斜率分别为，且，，．

（Ⅰ）求的方程；

（Ⅱ）判断的面积是否为定值？若为定值，

求出该定值；若不为定值，请说明理由．

**2021年泉州七中高二上期末数学复习——解析几何专题**

**【要点梳理】**

1、求轨迹方程的问题，牢记“定义法、几何法、相关点法、消参法、交轨法”。

2、直线与圆锥曲线相交的问题，牢记“联立方程，韦达定理，把要求的量转化为韦达定理”，当然别忘记判别式△>0的范围限制和直线斜率不存在的情况。

3、涉及弦中点的问题，牢记“点差法”是联系中点坐标和弦所在直线的斜率的好方法。

4、求参数范围的问题，牢记“先找不等式，有时需要找出两个量之间的关系，然后消去另一个量，保留要求的量”。不等式的来源可以是：①△>0；②圆锥曲线的有界性；③题目条件中的某个量的范围；④利用基本不等式及三角形边的关系；⑤点在圆锥曲线的内外部；⑥利用求值域的方法.

5、涉及线段分点的问题，牢记“用向量转化为坐标，或考虑几何意义”。

6、求最值的问题，牢记“转化为只含一个变量的目标函数，确定变量的范围”或“考虑几何意义”。

7、存在探索性问题，牢记“利用几何性质把问题转化”，例如转化为方程根存在问题。

8、处理解析几何问题时，要多从**几何特征去分析**，**先猜想后验证**，解答题从**规范解题**步骤上下功夫，争取分步得高分．

**考点一、对圆锥曲线定义的考查**

**1、第一定义：**平面内到两定点的距离之和/差为定值的动点的轨迹（椭、双）；

**2、第二定义：**平面内到定点的距离与到定直线的距离之比为常数的动点的轨迹（椭、双、抛）；

**3、第三定义：**平面内与两定点（关于原点对称）的斜率之积为常数的动点的轨迹。

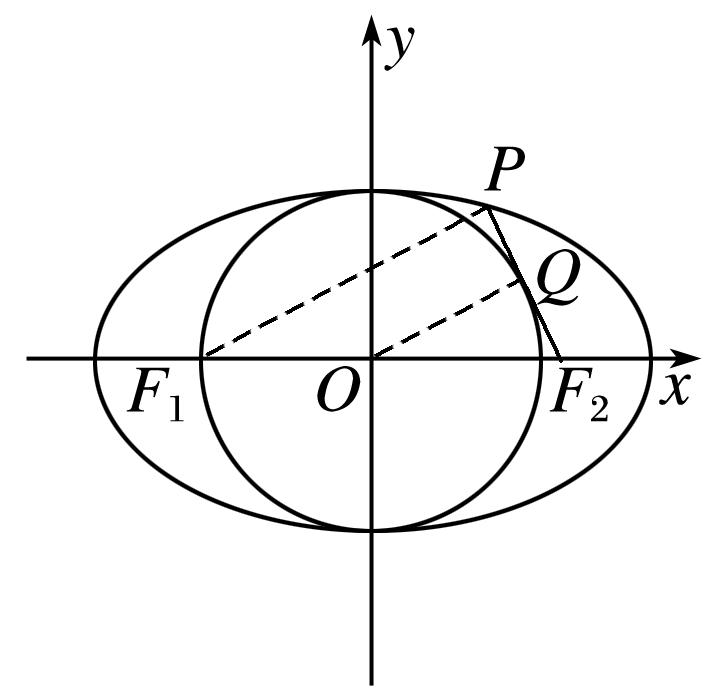
设有心圆锥曲线*C*（圆、椭、双）的方程为，若点*M*、*N*关于曲线*C*的中心对称，*P*为曲线*C*上任一点，存在，则.

1、已知抛物线，焦点为，为平面上的一定点，为该抛物线上的一动点，则的最小值为 ．

【解析】抛物线的准线方程为：，焦点为，过向准线作垂线，垂足为， 故答案为：12．

2、已知*F*1，*F*2是椭圆*C*：＋＝1(*a*>*b*>0)的左、右焦点，点*P*在椭圆*C*上，线段*PF*2与圆*x*2＋*y*2＝*b*2相切于点*Q*，且点*Q*为线段*PF*2的中点，则椭圆*C*的离心率为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

答案

【解析】如图，连接*PF*1，*OQ*，由*OQ*为△*F*1*PF*2的中位线，

可得*OQ*∥*PF*1，|*OQ*|＝|*PF*1|，

由圆*x*2＋*y*2＝*b*2，可得|*OQ*|＝*b*，即有|*PF*1|＝2*b*，

由椭圆的定义可得|*PF*1|＋|*PF*2|＝2*a*，可得|*PF*2|＝2*a*－2*b*，

又*OQ*⊥*PF*2，可得*PF*1⊥*PF*2，即(2*b*)2＋(2*a*－2*b*)2＝(2*c*)2，

即*b*2＋*a*2－2*ab*＋*b*2＝*c*2＝*a*2－*b*2，

整理得2*a*＝3*b*，即*b*＝*a*，*c*＝＝*a*，所以*e*＝＝

3、已知双曲线，过轴上点的直线与双曲线的右支交于两点（在第一象限），直线交双曲线左支于点（为坐标原点），连接.若，，则该双曲线的离心率为（ A ）

A.  B.  C.  D. 

**考点二、离心率问题**

1、分类标准：圆：；椭圆：；双曲线：；抛物线：.

2、计算公式：①；②（椭圆）；③（双曲线）

3、焦半径范围：椭圆：；双曲线：；

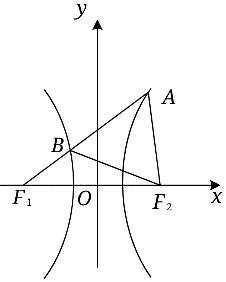
4、离心率与曲线形状特征：离心率越大，椭圆越扁，双曲线开口越大.

5、椭圆上存在点使得（为焦点），则

6、椭圆（双曲线）中焦点三角形两个底角分别为，则（）

7、设点是离心率为，焦点在轴上的圆锥曲线的一个焦点，过的弦与轴的夹角为，分所成的比为，则.

8、若椭圆和双曲线共焦点，为公共点，且，椭圆和双曲线的离心率分别为，则 ，

4、如图，是双曲线的左、右焦点，过的直线与双曲线的左右两支分别交于点*A*、*B*. 若为等边三角形，则双曲线的离心率为\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

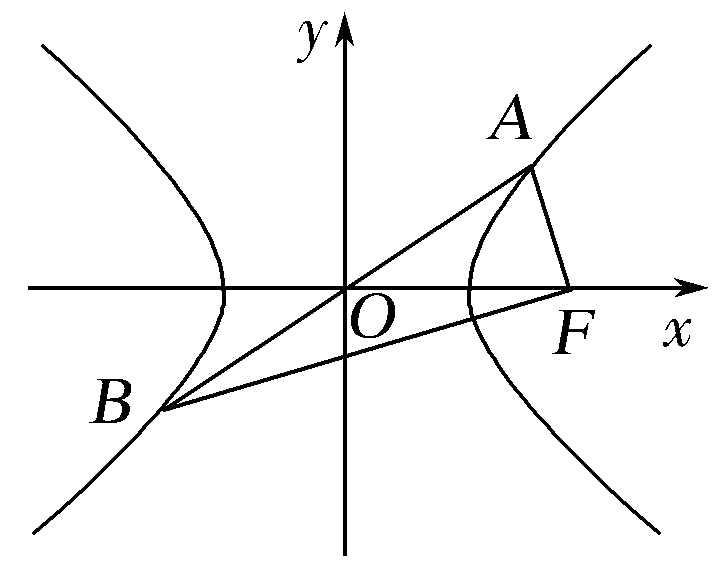
解析：由定义，

在中，

利用余弦定理，得



答案：

5、如图，已知双曲线－＝1(*a*>0，*b*>0)上有一点*A*，它关于

原点的对称点为*B*，点*F*为双曲线的右焦点，且满足*AF*⊥*BF*，

设∠*ABF*＝*α*，且*α*∈，则该双曲线的离心率*e*的取值

范围为(　 　)

A.[，＋1] B.[，2＋] C.[，2＋] D.[，＋1]

解析：仿例5，结合双曲线定义，得，选A.

6、倾斜角为的直线经过椭圆 右焦点，与椭圆交于两点，且，则该椭圆的离心率为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

解析：由公式.

7、过双曲线－＝1(*a*>0，*b*>0)的右焦点*F*作一条直线，当直线斜率为1时，直线与双曲线左、右两支各有一个交点；当直线斜率为3时，直线与双曲线右支有两个不同的交点，则双曲线离心率的取值范围为(　　)

A.(1，) B.(1，) C.(，) D.(，)

解析：答案选C. 利用图形及渐近线的特性可知，

所以.

8、已知为椭圆和双曲线的公共焦点，为它们的一个公共点，且，则椭圆和双曲线的离心率之积的最小值是（ ）

A.  B.  C. 1 D. 

解析：由上述结论可知，，所以，当且仅当时不等式成立，

所以选.

**考点三、阿波罗尼斯圆**

公元前3世纪，古希腊数学家阿波罗尼斯（*Apollonius*）在《平面轨迹》一书中，曾研究了众多的平面轨迹问题，其中有如下结果：**到两定点距离之比等于已知数的动点轨迹为直线或圆．**如图，点为两定点，动点满足，则时，动点的轨迹为直线；当时，动点的轨迹为圆，称之为**阿波罗尼斯圆，记圆心为，半径为，则，**．

9、已知圆*O*：*x*2＋*y*2＝1和点*A*(－2，0)，若定点*B*(*b*，0)(*b*≠－2)和常数*λ*满足：对圆*O*上任意一点*M*，都有|*MB*|＝*λ*|*MA*|，则(1)*b*＝\_\_\_\_ \_\_\_\_； (2)*λ*＝\_\_\_\_ \_\_\_\_．

10、在平面直角坐标系中，设点，若存在点，使得，则实数的取值范围是 ．

解：设，则 ，

整理得，即动点在以为圆心，为半径的圆上运动．

另一方面，由知动点在线段的垂直平分线上运动，因而问题就转化为直线与圆有交点，

所以，故实数的取值范围是．

**考点四、直线与圆的方程**

**一、位置关系的判定：**

**1、代数法：**联立方程，计算判别式，由方程组解的个数判定位置关系；

**2、几何法**：利用距离（点与圆心、直线与圆心、圆心距）与半径（或）的大小判定.

**3、两直线的位置关系**

①系数判定法：主要适用于**两直线均含参数**的问题，先把直线的方程改写为一般式，如直线，直线，则

平行：并舍弃“重合”情形；相交：；垂直：

②斜率判定法：主要适用于其中一条直线斜率已知的问题，记直线，直线，则平行：且；相交：； 垂直：

**二、两圆公共弦问题**

1、两圆的根轴



2、根轴的求法：，作差消去平方项，得

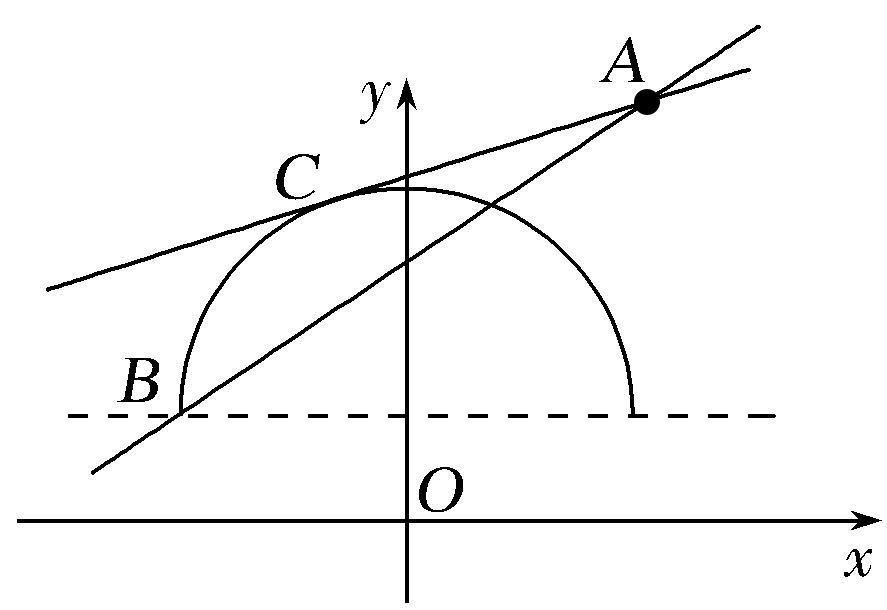
根轴的方程为：

3、根轴的性质：根轴与连心线垂直；两圆相交时根轴即为公共弦所在直线；两圆相切时根轴即为公切线。

4、公共弦长的求法：①代数法：求出交点，结合两点间距离公式；②几何法：垂径定理。

11、曲线*y*＝1＋与直线*y*＝*k*(*x*－2)＋4有两个交点，则实数*k*的取值范围是(　　)

A. B.C. D.

答案　D

解析　由题意可得：直线*l*过定点*A*(2，4)，曲线*y*＝1＋为

以(0，1)为圆心，2为半径的半圆.根据题意画出图形，如图所示.

当直线*l*与半圆相切，*C*为切点时，圆心到直线*l*的距离*d*＝*r*，即＝2，解得：*k*＝；

当直线*l*过点*B*(－2，1)时，直线*l*的斜率为＝，则直线*l*与半圆有两个不同的交点时，实数*k*的取值范围为.

12、已知直线与相交于点，点是上的动点，则点与的距离最大值为

A. B. C. D.

【解析】因为直线：恒过定点，  
直线：恒过定点，且，  
故两直线的交点在以为直径的圆上，圆的方程：，且不包含点，  
要求的最大值，转化为在圆：上找一点，

在圆：上找一点，使最大，

根据题意可得两圆的圆心距，两圆相离，则．  
故选*C*．

13、已知圆，圆，平面上一动点.

(1)点引两圆的切线，切点分别为，，求切线长|*PB*|的最小值；

(2)若以*P*为圆心的动圆与圆、圆同时相切，求圆心*P*的轨迹方程．

解析：（1）设，因为

所以

化简，得

所以

（2）设，圆的半径为

因为动圆与圆相切，与圆也相切，

结合两圆的位置关系可知，有以下两种情形：

①同时外切或同时内切，则或

则有

所以圆心的轨迹为以为焦点的双曲线，其中，



故圆心的轨迹方程为：；

②一个内切一个外切，则或

则有

所以圆心的轨迹为以为焦点的双曲线，其中，



故圆心的轨迹方程为：.

综上，圆心的轨迹方程为：或.

**考点五、解几几何中方程的联立方式**

1. 大联立：从直线入手，不好直接求出交点坐标，利用韦达定理整体处理；
2. 小联立：从点入手，其中一点在曲线上，另一点的坐标可以利用韦达定理解出；
3. 不联立：如点差法等，利用点在曲线上进行变换处理.

14、（小联立）（2016年全国卷Ⅱ）已知椭圆E:的焦点在轴上，是的左顶点，斜率为的直线交于，两点，点在上，．

（1）当，时，求的面积；

（2）当时，求的取值范围．

解析：（1）解法一：当时，由于，根据对称性可知，

所以 得，所以．

又，所以，所以．

解法二：设点，且交轴于点． 因为，且，

所以， ．由，得．

又，所以，解之得或．

所以 ，所以．

（2）设直线，，．

则，，

所以； 同理．

因为，所以．

，所以．

15、（不联立）已知抛物线，其焦点为为坐标原点，直线与抛物线相交于不同的两点，为的中点.若直线过焦点，的垂直平分线交轴于点，求证：为定值.

证明：∵抛物线*C*：*y*2＝2*px*(*p*＞0)，∴焦点*F*的坐标为.

由题意知直线*l*的斜率存在且不为0，

∵直线*l*过焦点*F*，故设直线*l*的方程为*x*＝*ty*＋(*t*≠0)，设*A*(*x*1，*y*1)，*B*(*x*2，*y*2).

由，得*y*2－2*pty*－*p*2＝0，∴*y*1＋*y*2＝2*pt*，*Δ*＝4*p*2*t*2＋4*p*2＞0.

∴*x*1＋*x*2＝*t*(*y*1＋*y*2)＋*p*＝2*pt*2＋*p*，∴*M*.

∴*MN*的方程为*y*－*pt*＝－*t*.

令*y*＝0，解得*x*＝*pt*2＋，*N*，

∴|*MN*|2＝*p*2＋*p*2*t*2，|*FN*|＝*pt*2＋－＝*pt*2＋*p*，

∴＝＝2*p*，为定值.

**另解：**本题涉及弦中点，可以用点差法，不联立解题，过程略.

**考点六、对位置关系的考查——相切问题**

1、圆心到直线的距离等于半径；

2、联立直线与圆锥曲线方程，利用判别式等于0；

记椭圆，直线，则

3、由得P处切线斜率，再用点斜式求解；

4、若在曲线上，利用，

得处切线方程为：圆，椭圆，抛物线.

16、已知椭圆*C*: 的一个焦点为(,0)，离心率为.

(1)求椭圆*C*的标准方程.

(2)若动点为椭圆*C*外一点，且点*P*到椭圆*C*的两条切线相互垂直，求点*P*的轨迹方程.

【解题提示】(1)由c,e,求出b得椭圆方程,(2)要分切线斜率是否存在加以讨论.

【解析】(1)因为c=,离心率e=,所以a=3,b=2,椭圆C的标准方程为+=1.

(2)方法一:若有一条切线斜率不存在,则另一条斜率为0,此时点P有四个点,

分别是(3,2),(-3,2),(-3,-2),(3,-2);

当两条切线斜率都存在时,设切线方程为y-y0=k(x-x0),代入+=1中,

整理可得(9k2+4)x2+18k(y0-kx0)x+9[(y0-kx0)2-4]=0,

切线与椭圆只有一个公共点,

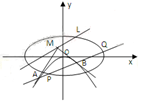
则Δ=0,即(18k)2(y0-kx0)2-36(9k2+4)[(y0-kx0)2-4]=0,

进一步化简得(-9)k2-2x0y0k+-4=0.

因为两条切线相互垂直,所以k1k2=-1,也就是=-1,则+=13.

显然,点(3,2),(-3,2),(-3,-2),(3,-2)也适合方程+=13,

所以点P的轨迹方程为+=13.

17、椭圆的离心率为，且过点，抛物线的焦点坐标为学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！.

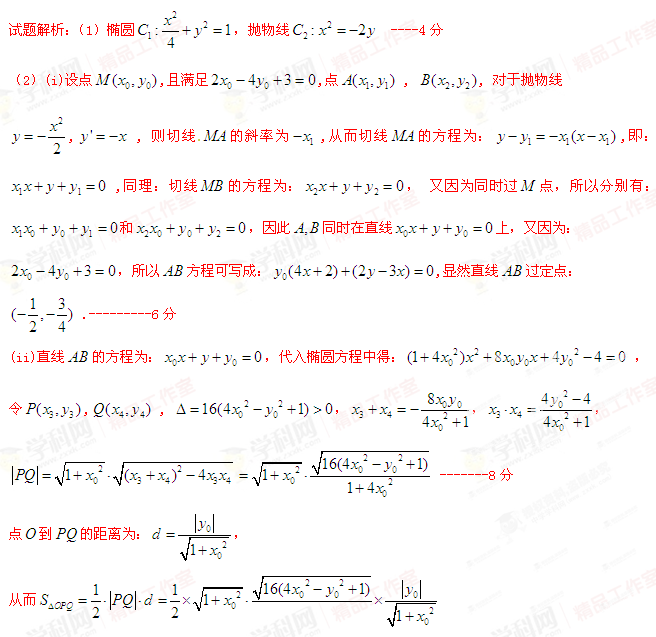
（1）求椭圆学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！和抛物线学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！的方程；

（2）若点学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！是直线学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！上的动点，过点学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！作抛物

线学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！的两条切线，切点分别是学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！，直线学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！交椭圆学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！于学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！两点.

(i)求证：直线学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！过定点，并求出该定点的坐标；

(ii)当学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！的面积取最大值时，求直线学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！的方程.

 ---------10分

当且仅当时等号成立,又联立解得：或

,；

从而所求直线的方程为：或 ------------12分

**考点七、与线段或面积有关的求值、范围、比值问题**

1. 线段相等：如如等腰三角形或者中垂线或者对称问题等，可转化为（*M*为*AB*中点）；

2. 弦长公式：

3. 面积比线段比：利用弦长公式化为坐标之差的比或者转为向量关系；

4. 面积的计算：

5. 补充公式：若，则；

6. 注意面积与数量积的区别与联系：.

18、已知圆和点，动圆经过点且与圆相切，圆心的轨迹为曲线.

（1）求曲线的方程；

（2）点是曲线与轴正半轴的交点，点在曲线上，若直线的斜率，满足，求面积的最大值.

解：（Ⅰ）圆的圆心为，半径为

点在圆内，因为动圆经过点且与圆相切，

所以动圆与圆内切。设动圆半径为，则.

因为动圆经过点，所以, >,

所以曲线E是*M，N*为焦点，长轴长为的椭圆。

由，得,

所以曲线的方程为

（Ⅱ）直线斜率为0时，不合题意

设，直线 ：，

联立方程组得 ，



又知

=.

代入得

又 ，化简得，

解得，故直线BC过定点（3，0）

由，解得，



（当且仅当时取等号）.

综上，面积的最大值为.

19、（2015四川）如图所示，椭圆：的离心率是，过点的动直线与椭圆相交于两点，当直线平行于轴时，直线被椭圆截得的线段长为．

（1）求椭圆的方程；

（2）在平面直角坐标系中，是否存在与点不同的定点，

使得恒成立？若存在，求出点的坐标；若不存在，请说明理由．

解答：（1）由已知点在椭圆上．所以，解得，．

所以椭圆方程为．

（2）当直线与轴平行时，设直线与椭圆相交于两点．

如果存在定点满足条件，则，即．

所以点在轴上，可设点的坐标为．

当直线与轴垂直时，设直线与椭圆相交于两点．

则，，由，有，解得或．

所以，若存在不同于点的定点满足条件，则点的坐标只可能为．

下面证明：对任意的直线，均有．

当直线的斜率不存在时，由上可知，结论成立．

当直线的斜率存在时，可设直线的方程为，的坐标分别为，．

联立，得．

所以， ，．

因此．

易知，点关于轴对称的点的坐标为．

又，，所以，即三点共线．

所以．

故存在与点不同的定点，使得恒成立．

**考点八、定点、定值问题**

1、求定值问题常见的方法有两种：

①从特殊入手，求出定值，再证明这个值与变量无关；注意对称的应用；

②直接推理、计算，并在计算推理的过程中消去变量，从而得到定值.

2、求解直线和曲线过定点问题的基本思路是：

①把直线或曲线方程中的变量*x*，*y*当作常数看待，把方程一端化为零，既然是过定点，那么这个方程就要对任意参数都成立，这时参数的系数就要全部等于零，这样就得到一个关于*x*，*y*的方程组，这个方程组的解所确定的点就是直线或曲线所过的定点.

②由直线方程确定定点，若方程为*y*－*y*0＝*k*(*x*－*x*0)，则过定点(*x*0，*y*0)；若方程为

*y*＝*kx*＋*m*，则过定点(0，*m*)；若方程为，则过定点(*n*，0)；若方程为，则过的定点为与的交点.

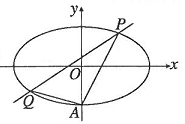
3、“A字型”定点定值问题，若为定值或为定值，则直线过定点或者斜率为定值．特别地，“弦对定点张直角”：圆锥曲线如椭圆上任意一点作相互垂直的直线交圆锥曲线于，则直线过定点．

4、圆锥曲线（椭圆、双曲线、抛物线）中，直线与曲线交于四点，则有： 四点共圆。特别地，曲线上的点与曲线上的两动点满足直线*PA*与直线*PB*的斜率互为相反数，则直线*AB*的斜率为定值，定值为处切线的斜率.

20、如图，椭圆高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。经过点高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。，且离心率为高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。.

(I)求椭圆高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。的方程；

(II)经过点高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。，且斜率为高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。的直线与椭圆高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。交于不同两点高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。（均异于点高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。），证明：直线高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。与高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。的斜率之和为2.

【答案】(I) 高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。； (II)证明略，详见解析.

【解析】(I)由题意知高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。，由高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。，

解得高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。，从而得椭圆的方程为高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。；

(II) 设高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。，高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。由题设知，直线高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。的方程为高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。，

代入高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。，化简得高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。，

则高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。，

由已知高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。， 从而直线高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。与高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。的斜率之和

高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。

化简得高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。.

21、已知点，直线，直线垂直于点，线段的垂直平分线交于点．

（1）求点的轨迹的方程；

（2）已知点，过且与轴不垂直的直线交于两点，直线分别交于点，求证：以为直径的圆必过定点．

【解析】（1）依题意得，即到直线的距离与到点的距离相等，

所以点的轨迹是以为焦点， 为准线的抛物线．

设抛物线方程为，则，即点的轨迹的方程是．



（2）由题意可设直线，代入，得，

设，则；

又，设直线的斜率分别为，

则，设，

令，得；同理，得，

从而；



．

又以为直径的圆的方程为： ，

即，即，

令解得或，从而以为直径的圆恒过定点和．

22、如图，点，分别为椭圆的左右顶点，为椭圆上非顶点的三点，直线的斜率分别为，且，，．

（Ⅰ）求的方程；

（Ⅱ）判断的面积是否为定值？若为定值，

求出该定值；若不为定值，请说明理由．

解析:（Ⅰ）由，得

解得，椭圆．

（Ⅱ）设直线的方程为，，，

，

，，

，

，

，



，

学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！，．

所以的面积为定值1．