**2017年高考真题分类汇编（理数）：专题2 导数**

**一、单选题（共3题；共6分）**

1、（2017•浙江）函数y=f（x）的导函数y=f′（x）的图象如图所示，则函数y=f（x）的图象可能是（    ）

A、
B、
C、
D、

2、（2017•新课标Ⅱ）若x=﹣2是函数f（x）=（x2+ax﹣1）ex﹣1的极值点，则f（x）的极小值为（    ）

A、﹣1
B、﹣2e﹣3
C、5e﹣3
D、1

3、（2017•新课标Ⅲ）已知函数f（x）=x2﹣2x+a（ex﹣1+e﹣x+1）有唯一零点，则a=（    ）

A、﹣
B、
C、
D、1

**二、解答题（共8题；共50分）**

4、（2017•浙江）已知函数f（x）=（x﹣ ）e﹣x（x≥ ）．
（Ⅰ）求f（x）的导函数；
（Ⅱ）求f（x）在区间[ ，+∞）上的取值范围．

5、（2017•山东）已知函数f（x）=x2+2cosx，g（x）=ex（cosx﹣sinx+2x﹣2），其中e≈2.17828…是自然对数的底数．（13分）
（Ⅰ）求曲线y=f（x）在点（π，f（π））处的切线方程；
（Ⅱ）令h（x）=g （x）﹣a f（x）（a∈R），讨论h（x）的单调性并判断有无极值，有极值时求出极值．

6、（2017•北京卷）已知函数f（x）=excosx﹣x．（13分）

(1)求曲线y=f（x）在点（0，f（0））处的切线方程；

(2)求函数f（x）在区间[0， ]上的最大值和最小值．

7、（2017**·**天津）设a∈Z，已知定义在R上的函数f（x）=2x4+3x3﹣3x2﹣6x+a在区间（1，2）内有一个零点x0 ， g（x）为f（x）的导函数．
（Ⅰ）求g（x）的单调区间；
（Ⅱ）设m∈[1，x0）∪（x0 ， 2]，函数h（x）=g（x）（m﹣x0）﹣f（m），求证：h（m）h（x0）＜0；
（Ⅲ）求证：存在大于0的常数A，使得对于任意的正整数p，q，且 ∈[1，x0）∪（x0 ， 2]，满足| ﹣x0|≥ ．

8、（2017•江苏）已知函数f（x）=x3+ax2+bx+1（a＞0，b∈R）有极值，且导函数f′（x）的极值点是f（x）的零点．（极值点是指函数取极值时对应的自变量的值）
（Ⅰ）求b关于a的函数关系式，并写出定义域；
（Ⅱ）证明：b2＞3a；
（Ⅲ）若f（x），f′（x）这两个函数的所有极值之和不小于﹣ ，求a的取值范围．

9、（2017•新课标Ⅰ卷）已知函数f（x）=ae2x+（a﹣2）ex﹣x．（12分）

(1)讨论f（x）的单调性；

(2)若f（x）有两个零点，求a的取值范围．

10、（2017•新课标Ⅱ）已知函数f（x）=ax2﹣ax﹣xlnx，且f（x）≥0．
（Ⅰ）求a；
（Ⅱ）证明：f（x）存在唯一的极大值点x0 ， 且e﹣2＜f（x0）＜2﹣2 ．

11、（2017•新课标Ⅲ）已知函数f（x）=x﹣1﹣alnx．
（Ⅰ）若 f（x）≥0，求a的值；
（Ⅱ）设m为整数，且对于任意正整数n，（1+ ）（1+ ）…（1+ ）＜m，求m的最小值．

**答案解析部分**

一、单选题

1、【答案】D
【考点】函数的图象，函数的单调性与导数的关系
【解析】【解答】解：由当f′（x）＜0时，函数f（x）单调递减，当f′（x）＞0时，函数f（x）单调递增，
则由导函数y=f′（x）的图象可知：f（x）先单调递减，再单调递增，然后单调递减，最后单调递增，排除A，C，
且第二个拐点（即函数的极大值点）在x轴上的右侧，排除B，
故选D
【分析】根据导数与函数单调性的关系，当f′（x）＜0时，函数f（x）单调递减，当f′（x）＞0时，函数f（x）单调递增，根据函数图象，即可判断函数的单调性，然后根据函数极值的判断，即可判断函数极值的位置，即可求得函数y=f（x）的图象可能

2、【答案】A
【考点】导数的运算，利用导数研究函数的单调性，利用导数研究函数的极值
【解析】【解答】解：函数f（x）=（x2+ax﹣1）ex﹣1 ，
可得f′（x）=（2x+a）ex﹣1+（x2+ax﹣1）ex﹣1 ，
x=﹣2是函数f（x）=（x2+ax﹣1）ex﹣1的极值点，
可得：﹣4+a+（3﹣2a）=0．
解得a=﹣1．
可得f′（x）=（2x﹣1）ex﹣1+（x2﹣x﹣1）ex﹣1 ，
=（x2+x﹣2）ex﹣1 ， 函数的极值点为：x=﹣2，x=1，
当x＜﹣2或x＞1时，f′（x）＞0函数是增函数，x∈（﹣2，1）时，函数是减函数，
x=1时，函数取得极小值：f（1）=（12﹣1﹣1）e1﹣1=﹣1．
故选：A．
【分析】求出函数的导数，利用极值点，求出a，然后判断函数的单调性，求解函数的极小值即可．

3、【答案】C
【考点】利用导数研究函数的单调性，导数在最大值、最小值问题中的应用，函数的零点与方程根的关系，函数的零点
【解析】【解答】解：因为f（x）=x2﹣2x+a（ex﹣1+e﹣x+1）=﹣1+（x﹣1）2+a（ex﹣1+ ）=0，
所以函数f（x）有唯一零点等价于方程1﹣（x﹣1）2=a（ex﹣1+ ）有唯一解，
等价于函数y=1﹣（x﹣1）2的图象与y=a（ex﹣1+ ）的图象只有一个交点．
①当a=0时，f（x）=x2﹣2x≥﹣1，此时有两个零点，矛盾；
②当a＜0时，由于y=1﹣（x﹣1）2在（﹣∞，1）上递增、在（1，+∞）上递减，
且y=a（ex﹣1+ ）在（﹣∞，1）上递增、在（1，+∞）上递减，
所以函数y=1﹣（x﹣1）2的图象的最高点为A（1，1），y=a（ex﹣1+ ）的图象的最高点为B（1，2a），
由于2a＜0＜1，此时函数y=1﹣（x﹣1）2的图象与y=a（ex﹣1+ ）的图象有两个交点，矛盾；
③当a＞0时，由于y=1﹣（x﹣1）2在（﹣∞，1）上递增、在（1，+∞）上递减，
且y=a（ex﹣1+ ）在（﹣∞，1）上递减、在（1，+∞）上递增，
所以函数y=1﹣（x﹣1）2的图象的最高点为A（1，1），y=a（ex﹣1+ ）的图象的最低点为B（1，2a），
由题可知点A与点B重合时满足条件，即2a=1，即a= ，符合条件；
综上所述，a= ，
故选：C．
【分析】通过转化可知问题等价于函数y=1﹣（x﹣1）2的图象与y=a（ex﹣1+ ）的图象只有一个交点求a的值．分a=0、a＜0、a＞0三种情况，结合函数的单调性分析可得结论．

二、解答题

4、【答案】解：（Ⅰ）函数f（x）=（x﹣ ）e﹣x（x≥ ），
导数f′（x）=（1﹣ • •2）e﹣x﹣（x﹣ ）e﹣x
=（1﹣x+ ）e﹣x=（1﹣x）（1﹣ ）e﹣x；
（Ⅱ）由f（x）的导数f′（x）=（1﹣x）（1﹣ ）e﹣x ，
可得f′（x）=0时，x=1或 ，
当 ＜x＜1时，f′（x）＜0，f（x）递减；
当1＜x＜ 时，f′（x）＞0，f（x）递增；
当x＞ 时，f′（x）＜0，f（x）递减，
且x≥ ⇔x2≥2x﹣1⇔（x﹣1）2≥0，
则f（x）≥0．
由f（ ）= e ，f（1）=0，f（ ）= e ，
即有f（x）的最大值为 e ，最小值为f（1）=0．
则f（x）在区间[ ，+∞）上的取值范围是[0， e ]．
【考点】简单复合函数的导数，利用导数研究函数的单调性，导数在最大值、最小值问题中的应用
【解析】【分析】（Ⅰ）求出f（x）的导数，注意运用复合函数的求导法则，即可得到所求；
（Ⅱ）求出f（x）的导数，求得极值点，讨论当 ＜x＜1时，当1＜x＜ 时，当x＞ 时，f（x）的单调性，判断f（x）≥0，计算f（ ），f（1），f（ ），即可得到所求取值范围．

5、【答案】解：（Ⅰ）f（π）=π2﹣2．f′（x）=2x﹣2sinx，∴f′（π）=2π．
∴曲线y=f（x）在点（π，f（π））处的切线方程为：y﹣（π2﹣2）=2π（x﹣π）．
化为：2πx﹣y﹣π2﹣2=0．
（Ⅱ）h（x）=g （x）﹣a f（x）=ex（cosx﹣sinx+2x﹣2）﹣a（x2+2cosx）
h′（x）=ex（cosx﹣sinx+2x﹣2）+ex（﹣sinx﹣cosx+2）﹣a（2x﹣2sinx）
=2（x﹣sinx）（ex﹣a）=2（x﹣sinx）（ex﹣elna）．
令u（x）=x﹣sinx，则u′（x）=1﹣cosx≥0，∴函数u（x）在R上单调递增．
∵u（0）=0，∴x＞0时，u（x）＞0；x＜0时，u（x）＜0．
（i）a≤0时，ex﹣a＞0，∴x＞0时，h′（x）＞0，函数h（x）在（0，+∞）单调递增；
x＜0时，h′（x）＜0，函数h（x）在（﹣∞，0）单调递减．
∴x=0时，函数h（x）取得极小值，h（0）=﹣1﹣2a．
（ii）a＞0时，令h′（x）=2（x﹣sinx）（ex﹣elna）=0．
解得x1=lna，x2=0．
①0＜a＜1时，x∈（﹣∞，lna）时，ex﹣elna＜0，h′（x）＞0，函数h（x）单调递增；
x∈（lna，0）时，ex﹣elna＞0，h′（x）＜0，函数h（x）单调递减；
x∈（0，+∞）时，ex﹣elna＞0，h′（x）＞0，函数h（x）单调递增．
∴当x=0时，函数h（x）取得极小值，h（0）=﹣2a﹣1．
当x=lna时，函数h（x）取得极大值，h（lna）=﹣a[ln2a﹣2lna+sin（lna）+cos（lna）+2]．
②当a=1时，lna=0，x∈R时，h′（x）≥0，∴函数h（x）在R上单调递增．
③1＜a时，lna＞0，x∈（﹣∞，0）时，ex﹣elna＜0，h′（x）＞0，函数h（x）单调递增；
x∈（0，lna）时，ex﹣elna＜0，h′（x）＜0，函数h（x）单调递减；
x∈（lna，+∞）时，ex﹣elna＞0，h′（x）＞0，函数h（x）单调递增．
∴当x=0时，函数h（x）取得极大值，h（0）=﹣2a﹣1．
当x=lna时，函数h（x）取得极小值，h（lna）=﹣a[ln2a﹣2lna+sin（lna）+cos（lna）+2]．
综上所述：a≤0时，函数h（x）在（0，+∞）单调递增；x＜0时，函数h（x）在（﹣∞，0）单调递减．
x=0时，函数h（x）取得极小值，h（0）=﹣1﹣2a．
0＜a＜1时，函数h（x）在x∈（﹣∞，lna）是单调递增；函数h（x）在x∈（lna，0）上单调递减．当x=0时，函数h（x）取得极小值，h（0）=﹣2a﹣1．当x=lna时，函数h（x）取得极大值，h（lna）=﹣a[ln2a﹣2lna+sin（lna）+cos（lna）+2]．
当a=1时，lna=0，函数h（x）在R上单调递增．
a＞1时，函数h（x）在（﹣∞，0），（lna，+∞）上单调递增；函数h（x）在（0，lna）上单调递减．当x=0时，函数h（x）取得极大值，h（0）=﹣2a﹣1．当x=lna时，函数h（x）取得极小值，h（lna）=﹣a[ln2a﹣2lna+sin（lna）+cos（lna）+2]．
【考点】导数的加法与减法法则，导数的乘法与除法法则，函数的单调性与导数的关系，利用导数研究函数的单调性，利用导数研究函数的极值，利用导数研究曲线上某点切线方程
【解析】【分析】（Ⅰ）f（π）=π2﹣2．f′（x）=2x﹣2sinx，可得f′（π）=2π即为切线的斜率，利用点斜式即可得出切线方程．
（Ⅱ）h（x）=g （x）﹣a f（x）=ex（cosx﹣sinx+2x﹣2）﹣a（x2+2cosx），可得h′（x）=2（x﹣sinx）（ex﹣a）=2（x﹣sinx）（ex﹣elna）．令u（x）=x﹣sinx，则u′（x）=1﹣cosx≥0，可得函数u（x）在R上单调递增．
由u（0）=0，可得x＞0时，u（x）＞0；x＜0时，u（x）＜0．
对a分类讨论：a≤0时，0＜a＜1时，当a=1时，a＞1时，利用导数研究函数的单调性极值即可得出．

6、【答案】（1）解：函数f（x）=excosx﹣x的导数为f′（x）=ex（cosx﹣sinx）﹣1，
可得曲线y=f（x）在点（0，f（0））处的切线斜率为k=e0（cos0﹣sin0）﹣1=0，
切点为（0，e0cos0﹣0），即为（0，1），
曲线y=f（x）在点（0，f（0））处的切线方程为y=1；
（2）解：函数f（x）=excosx﹣x的导数为f′（x）=ex（cosx﹣sinx）﹣1，
令g（x）=ex（cosx﹣sinx）﹣1，
则g（x）的导数为g′（x）=ex（cosx﹣sinx﹣sinx﹣cosx）=﹣2ex•sinx，
当x∈[0， ]，可得g′（x）=﹣2ex•sinx≤0，
即有g（x）在[0， ]递减，可得g（x）≤g（0）=0，
则f（x）在[0， ]递减，
即有函数f（x）在区间[0， ]上的最大值为f（0）=e0cos0﹣0=1；
最小值为f（ ）=e cos ﹣ =﹣ ．
【考点】利用导数求闭区间上函数的最值，利用导数研究曲线上某点切线方程
【解析】【分析】（1.）求出f（x）的导数，可得切线的斜率和切点，由点斜式方程即可得到所求方程；
（2.）求出f（x）的导数，再令g（x）=f′（x），求出g（x）的导数，可得g（x）在区间[0， ]的单调性，即可得到f（x）的单调性，进而得到f（x）的最值．

7、【答案】（Ⅰ）解：由f（x）=2x4+3x3﹣3x2﹣6x+a，可得g（x）=f′（x）=8x3+9x2﹣6x﹣6，
进而可得g′（x）=24x2+18x﹣6．令g′（x）=0，解得x=﹣1，或x= ．
当x变化时，g′（x），g（x）的变化情况如下表：



|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| x | （﹣∞，﹣1） | （﹣1， ） | （ ，+∞） |
| g′（x） | + | ﹣ | + |
| g（x） | ↗ | ↘ | ↗ |

所以，g（x）的单调递增区间是（﹣∞，﹣1），（ ，+∞），单调递减区间是（﹣1， ）．
（Ⅱ）证明：由h（x）=g（x）（m﹣x0）﹣f（m），得h（m）=g（m）（m﹣x0）﹣f（m），
h（x0）=g（x0）（m﹣x0）﹣f（m）．
令函数H1（x）=g（x）（x﹣x0）﹣f（x），则H′1（x）=g′（x）（x﹣x0）．
由（Ⅰ）知，当x∈[1，2]时，g′（x）＞0，
故当x∈[1，x0）时，H′1（x）＜0，H1（x）单调递减；
当x∈（x0 ， 2]时，H′1（x）＞0，H1（x）单调递增．
因此，当x∈[1，x0）∪（x0 ， 2]时，H1（x）＞H1（x0）=﹣f（x0）=0，可得H1（m）＞0即h（m）＞0，
令函数H2（x）=g（x0）（x﹣x0）﹣f（x），则H′2（x）=g′（x0）﹣g（x）．由（Ⅰ）知，g（x）在[1，2]上单调递增，故当x∈[1，x0）时，H′2（x）＞0，H2（x）单调递增；当x∈（x0 ， 2]时，H′2（x）＜0，H2（x）单调递减．因此，当x∈[1，x0）∪（x0 ， 2]时，H2（x）＞H2（x0）=0，可得得H2（m）＜0即h（x0）＜0，．
所以，h（m）h（x0）＜0．
（Ⅲ）对于任意的正整数p，q，且 ，
令m= ，函数h（x）=g（x）（m﹣x0）﹣f（m）．
由（Ⅱ）知，当m∈[1，x0）时，h（x）在区间（m，x0）内有零点；
当m∈（x0 ， 2]时，h（x）在区间（x0 ， m）内有零点．
所以h（x）在（1，2）内至少有一个零点，不妨设为x1 ， 则h（x1）=g（x1）（ ﹣x0）﹣f（ ）=0．
由（Ⅰ）知g（x）在[1，2]上单调递增，故0＜g（1）＜g（x1）＜g（2），
于是| ﹣x0|= ≥ = ．
因为当x∈[1，2]时，g（x）＞0，故f（x）在[1，2]上单调递增，
所以f（x）在区间[1，2]上除x0外没有其他的零点，而 ≠x0 ， 故f（ ）≠0．
又因为p，q，a均为整数，所以|2p4+3p3q﹣3p2q2﹣6pq3+aq4|是正整数，
从而|2p4+3p3q﹣3p2q2﹣6pq3+aq4|≥1．
所以| ﹣x0|≥ ．所以，只要取A=g（2），就有| ﹣x0|≥ ．
【考点】利用导数研究函数的单调性，利用导数研究函数的极值，不等式的证明，函数的零点
【解析】【分析】（Ⅰ）求出函数的导函数g（x）=f′（x）=8x3+9x2﹣6x﹣6，求出极值点，通过列表判断函数的单调性求出单调区间即可．
（Ⅱ）由h（x）=g（x）（m﹣x0）﹣f（m），推出h（m）=g（m）（m﹣x0）﹣f（m），
令函数H1（x）=g（x）（x﹣x0）﹣f（x），求出导函数H′1（x）利用（Ⅰ）知，推出h（m）h（x0）＜0．
（Ⅲ）对于任意的正整数p，q，且 ，令m= ，函数h（x）=g（x）（m﹣x0）﹣f（m）．
由（Ⅱ）知，当m∈[1，x0）时，当m∈（x0 ， 2]时，通过h（x）的零点．转化推出| ﹣x0|= ≥ = ．推出|2p4+3p3q﹣3p2q2﹣6pq3+aq4|≥1．然后推出结果．

8、【答案】（Ⅰ）解：因为f（x）=x3+ax2+bx+1，
所以g（x）=f′（x）=3x2+2ax+b，g′（x）=6x+2a，
令g′（x）=0，解得x=﹣ ．
由于当x＞﹣ 时g′（x）＞0，g（x）=f′（x）单调递增；当x＜﹣ 时g′（x）＜0，g（x）=f′（x）单调递减；
所以f′（x）的极小值点为x=﹣ ，
由于导函数f′（x）的极值点是原函数f（x）的零点，
所以f（﹣ ）=0，即﹣ + ﹣ +1=0，
所以b= + （a＞0）．
因为f（x）=x3+ax2+bx+1（a＞0，b∈R）有极值，
所以f′（x）=3x2+2ax+b=0有两个不等的实根，
所以4a2﹣12b＞0，即a2﹣ + ＞0，解得a＞3，
所以b= + （a＞3）．
（Ⅱ）证明：由（1）可知h（a）=b2﹣3a= ﹣ + = （4a3﹣27）（a3﹣27），
由于a＞3，所以h（a）＞0，即b2＞3a；
（Ⅲ）解：由（1）可知f′（x）的极小值为f′（﹣ ）=b﹣ ，
设x1 ， x2是y=f（x）的两个极值点，则x1+x2= ，x1x2= ，
所以f（x1）+f（x2）= + +a（ + ）+b（x1+x2）+2
=（x1+x2）[（x1+x2）2﹣3x1x2]+a[（x1+x2）2﹣2x1x2]+b（x1+x2）+2
= ﹣ +2，
又因为f（x），f′（x）这两个函数的所有极值之和不小于﹣ ，
所以b﹣ + ﹣ +2= ﹣ ≥﹣ ，
因为a＞3，所以2a3﹣63a﹣54≤0，
所以2a（a2﹣36）+9（a﹣6）≤0，
所以（a﹣6）（2a2+12a+9）≤0，
由于a＞3时2a2+12a+9＞0，
所以a﹣6≤0，解得a≤6，
所以a的取值范围是（3，6]．
【考点】导数的运算，利用导数研究函数的单调性，利用导数研究函数的极值，导数在最大值、最小值问题中的应用
【解析】【分析】（Ⅰ）通过对f（x）=x3+ax2+bx+1求导可知g（x）=f′（x）=3x2+2ax+b，进而再求导可知g′（x）=6x+2a，通过令g′（x）=0进而可知f′（x）的极小值点为x=﹣ ，从而f（﹣ ）=0，整理可知b= + （a＞0），结合f（x）=x3+ax2+bx+1（a＞0，b∈R）有极值可知f′（x）=0有两个不等的实根，进而可知a＞3．
（Ⅱ）通过（1）构造函数h（a）=b2﹣3a= ﹣ + = （4a3﹣27）（a3﹣27），结合a＞3可知h（a）＞0，从而可得结论；
（Ⅲ）通过（1）可知f′（x）的极小值为f′（﹣ ）=b﹣ ，利用韦达定理及完全平方关系可知y=f（x）的两个极值之和为 ﹣ +2，进而问题转化为解不等式b﹣ + ﹣ +2= ﹣ ≥﹣ ，因式分解即得结论．

9、【答案】（1）解：由f（x）=ae2x+（a﹣2）ex﹣x，求导f′（x）=2ae2x+（a﹣2）ex﹣1，
当a=0时，f′（x）=2ex﹣1＜0，
∴当x∈R，f（x）单调递减，
当a＞0时，f′（x）=（2ex+1）（aex﹣1）=2a（ex+ ）（ex﹣ ），
令f′（x）=0，解得：x=ln ，
当f′（x）＞0，解得：x＞ln ，
当f′（x）＜0，解得：x＜ln ，
∴x∈（﹣∞，ln ）时，f（x）单调递减，x∈（ln ，+∞）单调递增；
当a＜0时，f′（x）=2a（ex+ ）（ex﹣ ）＜0，恒成立，
∴当x∈R，f（x）单调递减，
综上可知：当a≤0时，f（x）在R单调减函数，
当a＞0时，f（x）在（﹣∞，ln ）是减函数，在（ln ，+∞）是增函数；
（2）由f（x）=ae2x+（a﹣2）ex﹣x=0，有两个零点，
由（1）可知：当a＞0时，f（x）=0，有两个零点，
则f（x）min=a +（a﹣2） ﹣ln ，
=a（ ）+（a﹣2）× ﹣ln ，
=1﹣ ﹣ln ，
由f（x）min＜0，则1﹣ ﹣ln ＜0，
整理得：a﹣1+alna＜0，
设g（a）=alna+a﹣1，a＞0，
g′（a）=lna+1+1=lna+2，
令g′（a）=0，解得：a=e﹣2 ，
当a∈（0，e﹣2），g′（a）＜0，g（a）单调递减，
当a∈（e﹣2 ， +∞），g′（a）＞0，g（a）单调递增，
g（a）min=g（e﹣2）=e﹣2lne﹣2+e﹣2﹣1=﹣ ﹣1，
由g（1）=1﹣1﹣ln1=0，
∴0＜a＜1，
a的取值范围（0，1）．
【考点】导数的运算，利用导数研究函数的单调性，利用导数求闭区间上函数的最值，函数零点的判定定理
【解析】【分析】（1.）求导，根据导数与函数单调性的关系，分类讨论，即可求得f（x）单调性；
（2.）由（1）可知：当a＞0时才有个零点，根据函数的单调性求得f（x）最小值，由f（x）min＜0，g（a）=alna+a﹣1，a＞0，求导，由g（a）min=g（e﹣2）=e﹣2lne﹣2+e﹣2﹣1=﹣ ﹣1，g（1）=0，即可求得a的取值范围．

10、【答案】（Ⅰ）解：因为f（x）=ax2﹣ax﹣xlnx=x（ax﹣a﹣lnx）（x＞0），
则f（x）≥0等价于h（x）=ax﹣a﹣lnx≥0，
因为h′（x）=a﹣ ，且当0＜x＜ 时h′（x）＜0、当x＞ 时h′（x）＞0，
所以h（x）min=h（ ），
又因为h（1）=a﹣a﹣ln1=0，
所以 =1，解得a=1；
（Ⅱ）证明：由（1）可知f（x）=x2﹣x﹣xlnx，f′（x）=2x﹣2﹣lnx，
令f′（x）=0，可得2x﹣2﹣lnx=0，记t（x）=2x﹣2﹣lnx，则t′（x）=2﹣ ，
令t′（x）=0，解得：x= ，
所以t（x）在区间（0， ）上单调递减，在（ ，+∞）上单调递增，
所以t（x）min=t（ ）=ln2﹣1＜0，从而t（x）=0有解，即f′（x）=0存在两根x0 ， x2 ，
且不妨设f′（x）在（0，x0）上为正、在（x0 ， x2）上为负、在（x2 ， +∞）上为正，
所以f（x）必存在唯一极大值点x0 ， 且2x0﹣2﹣lnx0=0，
所以f（x0）= ﹣x0﹣x0lnx0= ﹣x0+2x0﹣2 =x0﹣ ，
由x0＜ 可知f（x0）＜（x0﹣ ）max=﹣ + = ；
由f′（ ）＜0可知x0＜ ＜ ，
所以f（x）在（0，x0）上单调递增，在（x0 ， ）上单调递减，
所以f（x0）＞f（ ）=﹣ + = ＞ ；
综上所述，f（x）存在唯一的极大值点x0 ， 且e﹣2＜f（x0）＜2﹣2 ．
【考点】导数的运算，利用导数研究函数的极值，利用导数求闭区间上函数的最值，导数在最大值、最小值问题中的应用，不等式的综合
【解析】【分析】（Ⅰ）通过分析可知f（x）≥0等价于h（x）=ax﹣a﹣lnx≥0，进而利用h′（x）=a﹣ 可得h（x）min=h（ ），从而可得结论；
（Ⅱ）通过（Ⅰ）可知f（x）=x2﹣x﹣xlnx，记t（x）=f′（x）=2x﹣2﹣lnx，解不等式可知t（x）min=t（ ）=ln2﹣1＜0，从而可知f′（x）=0存在两根x0 ， x2 ， 利用f（x）必存在唯一极大值点x0及x0＜ 可知f（x0）＜ ，另一方面可知f（x0）＞f（ ）=﹣ + = ＞ ．

11、【答案】解：（Ⅰ）因为函数f（x）=x﹣1﹣alnx，x＞0，
所以f′（x）=1﹣ = ，且f（1）=0．
所以当a≤0时f′（x）＞0恒成立，此时y=f（x）在（0，+∞）上单调递增，所以在（0,1）上f(x)<0,这与f（x）≥0矛盾；
当a＞0时令f′（x）=0，解得x=a，
所以y=f（x）在（0，a）上单调递减，在（a，+∞）上单调递增，即f（x）min=f（a），
又因为f（x）min=f（a）≥0，
所以a=1；
（Ⅱ）由（Ⅰ）可知当a=1时f（x）=x﹣1﹣lnx≥0，即lnx≤x﹣1，
所以ln（x+1）≤x当且仅当x=0时取等号，
所以ln（1+ ）＜ ，k∈N\*,
所以，k∈N\* ．
一方面，因为 + +…+ =1﹣ ＜1，
所以，（1+ ）（1+ ）…（1+ ）＜e；
另一方面，（1+ ）（1+ ）…（1+ ）＞（1+ ）（1+ ）（1+ ）= ＞2，
同时当n≥3时，（1+ ）（1+ ）…（1+ ）∈（2，e）．
因为m为整数，且对于任意正整数n（1+ ）（1+ ）…（1+ ）＜m，
所以m的最小值为3．
【考点】函数的单调性与导数的关系，利用导数研究函数的单调性，等比数列的前n项和，反证法与放缩法
【解析】【分析】（Ⅰ）通过对函数f（x）=x﹣1﹣alnx（x＞0）求导，分a≤0、a＞0两种情况考虑导函数f′（x）与0的大小关系可得结论；
（Ⅱ）通过（Ⅰ）可知lnx≤x﹣1，进而取特殊值可知ln（1+ ）＜ ，k∈N\* ． 一方面利用等比数列的求和公式放缩可知（1+ ）（1+ ）…（1+ ）＜e；另一方面可知（1+ ）（1+ ）…（1+ ）＞2，且当n≥3时，（1+ ）（1+ ）…（1+ ）∈（2，e）．

