**2017年高考真题分类汇编（理数）：专题4 数列与不等式**

**一、单选题（共13题；共25分）**

1、（2017**·**天津）设变量x，y满足约束条件 ，则目标函数z=x+y的最大值为（　　）



A、  
B、1  
C、  
D、3



2、（2017•北京卷）若x，y满足 ，则x+2y的最大值为（　　）



A、1  
B、3  
C、5  
D、9

3、（2017•新课标Ⅰ卷）记Sn为等差数列{an}的前n项和．若a4+a5=24，S6=48，则{an}的公差为（　　）

A、1  
B、2  
C、4  
D、8

4、（2017•山东）若a＞b＞0，且ab=1，则下列不等式成立的是（　　）

A、a+ ＜ ＜log2（a+b））  
B、＜log2（a+b）＜a+   
C、a+ ＜log2（a+b）＜   
D、log2（a+b））＜a+ ＜



5、（2017•山东）已知x，y满足约束条件 ，则z=x+2y的最大值是（　　）



A、0  
B、2  
C、5  
D、6

6、（2017•浙江）已知等差数列{an}的公差为d，前n项和为Sn ， 则“d＞0”是“S4+S6＞2S5”的（    ）

A、充分不必要条件  
B、必要不充分条件  
C、充分必要条件  
D、既不充分也不必要条件

7、（2017•浙江）若x、y满足约束条件 ，则z=x+2y的取值范围是（    ）

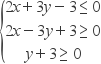


A、[0，6]  
B、[0，4]  
C、[6，+∞）  
D、[4，+∞）

8、（2017•新课标Ⅰ卷）设x，y满足约束条件 ，则z=3x﹣2y的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_．



9、（2017•新课标Ⅱ）设x，y满足约束条件 ，则z=2x+y的最小值是（    ）



A、﹣15  
B、﹣9  
C、1  
D、9

10、（2017•新课标Ⅱ）我国古代数学名著《算法统宗》中有如下问题：“远望巍巍塔七层，红光点点倍加增，共灯三百八十一，请问尖头几盏灯？”意思是：一座7层塔共挂了381盏灯，且相邻两层中的下一层灯数是上一层灯数的2倍，则塔的顶层共有灯（    ）

A、1盏  
B、3盏  
C、5盏  
D、9盏

11、（2017•新课标Ⅲ）等差数列{an}的首项为1，公差不为0．若a2 ， a3 ， a6成等比数列，则{an}前6项的和为（    ）

A、﹣24  
B、﹣3  
C、3  
D、8

12、（2017**·**天津）已知函数f（x）= ，设a∈R，若关于x的不等式f（x）≥| +a|在R上恒成立，则a的取值范围是（　　）



A、[﹣ ，2]  
B、[﹣ ， ]  
C、[﹣2 ，2]  
D、[﹣2 ， ]



13、（2017•新课标Ⅰ卷）几位大学生响应国家的创业号召，开发了一款应用软件．为激发大家学习数学的兴趣，他们推出了“解数学题获取软件激活码”的活动．这款软件的激活码为下面数学问题的答案：已知数列1，1，2，1，2，4，1，2，4，8，1，2，4，8，16，…，其中第一项是20 ， 接下来的两项是20 ， 21 ， 再接下来的三项是20 ， 21 ， 22 ， 依此类推．求满足如下条件的最小整数N：N＞100且该数列的前N项和为2的整数幂．那么该款软件的激活码是（　　）

A、440  
B、330  
C、220  
D、110

**二、填空题（共7题；共7分）**

14、（2017•新课标Ⅲ）若x，y满足约束条件 ，则z=3x﹣4y的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_



15、（2017•新课标Ⅲ）设等比数列{an}满足a1+a2=﹣1，a1﹣a3=﹣3，则a4=\_\_\_\_\_\_\_\_

16、（2017•新课标Ⅱ）等差数列{an}的前n项和为Sn ， a3=3，S4=10，则 =\_\_\_\_\_\_\_\_．



17、（2017•江苏）等比数列{an}的各项均为实数，其前n项为Sn ， 已知S3= ，S6= ，则a8=\_\_\_\_\_\_\_\_．



18、（2017•江苏）某公司一年购买某种货物600吨，每次购买x吨，运费为6万元/次，一年的总存储费用为4x万元．要使一年的总运费与总存储费用之和最小，则x的值是\_\_\_\_\_\_\_\_．

19、（2017•北京卷）若等差数列{an}和等比数列{bn}满足a1=b1=﹣1，a4=b4=8，则 =\_\_\_\_\_\_\_\_．

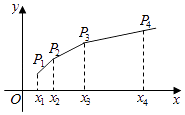


20、（2017**·**天津）若a，b∈R，ab＞0，则 的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_．



**三、解答题（共5题；共30分）**

21、（2017•山东）已知{xn}是各项均为正数的等比数列，且x1+x2=3，x3﹣x2=2．（12分）  
（Ⅰ）求数列{xn}的通项公式；  
（Ⅱ）如图，在平面直角坐标系xOy中，依次连接点P1（x1 ， 1），P2（x2 ， 2）…Pn+1（xn+1 ， n+1）得到折线P1 P2…Pn+1 ， 求由该折线与直线y=0，x=x1 ， x=xn+1所围成的区域的面积Tn ．



22、（2017**·**天津）已知{an}为等差数列，前n项和为Sn（n∈N+），{bn}是首项为2的等比数列，且公比大于0，b2+b3=12，b3=a4﹣2a1 ， S11=11b4 ．   
（Ⅰ）求{an}和{bn}的通项公式；  
（Ⅱ）求数列{a2nb2n﹣1}的前n项和（n∈N+）．

23、（2017•浙江）已知数列{xn}满足：x1=1，xn=xn+1+ln（1+xn+1）（n∈N\*），证明：当n∈N\*时，  
（Ⅰ）0＜xn+1＜xn；  
（Ⅱ）2xn+1﹣xn≤ ；  
（Ⅲ） ≤xn≤ ．



24、（2017•北京卷）设{an}和{bn}是两个等差数列，记cn=max{b1﹣a1n，b2﹣a2n，…，bn﹣ann}（n=1，2，3，…），其中max{x1 ， x2 ， …，xs}表示x1 ， x2 ， …，xs这s个数中最大的数．（13分）

(1)若an=n，bn=2n﹣1，求c1 ， c2 ， c3的值，并证明{cn}是等差数列；

(2)证明：或者对任意正数M，存在正整数m，当n≥m时， ＞M；或者存在正整数m，使得cm ， cm+1 ， cm+2 ， …是等差数列．

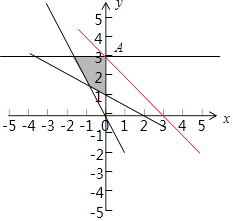


25、（2017•江苏）对于给定的正整数k，若数列{an}满足：an﹣k+an﹣k+1+…+an﹣1+an+1+…an+k﹣1+an+k=2kan对任意正整数n（n＞k）总成立，则称数列{an}是“P（k）数列”．  
（Ⅰ）证明：等差数列{an}是“P（3）数列”；  
（Ⅱ）若数列{an}既是“P（2）数列”，又是“P（3）数列”，证明：{an}是等差数列．

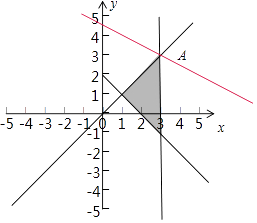
**答案解析部分**

一、单选题

1、【答案】D   
【考点】二元一次不等式（组）与平面区域，简单线性规划   
【解析】【解答】解：变量x，y满足约束条件 的可行域如图：  
目标函数z=x+y结果可行域的A点时，目标函数取得最大值，  
由 可得A（0，3），目标函数z=x+y的最大值为：3．  
故选：D．  
  
【分析】画出约束条件的可行域，利用目标函数的最优解求解即可．



2、【答案】D   
【考点】二元一次不等式（组）与平面区域，简单线性规划   
【解析】【解答】解：x，y满足 的可行域如图：  
由可行域可知目标函数z=x+2y经过可行域的A时，取得最大值，由 ，可得A（3，3），  
目标函数的最大值为：3+2×3=9．  
故选：D．  
  
【分析】画出约束条件的可行域，利用目标函数的最优解求解目标函数的最值即可．



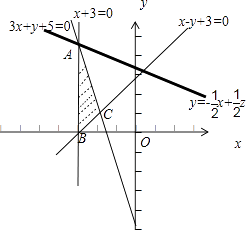
3、【答案】C   
【考点】等差数列的通项公式，等差数列的前n项和   
【解析】【解答】解：∵Sn为等差数列{an}的前n项和，a4+a5=24，S6=48，  
∴ ，  
解得a1=﹣2，d=4，  
∴{an}的公差为4．  
故选：C．  
【分析】利用等差数列通项公式及前n项和公式列出方程组，求出首项和公差，由此能求出{an}的公差．



4、【答案】B   
【考点】不等式比较大小   
【解析】【解答】解：∵a＞b＞0，且ab=1，  
∴可取a=2，b= ．  
则 = ， = = ，log2（a+b）= = ∈（1，2），  
∴ ＜log2（a+b）＜a+ ．  
故选：B．  
【分析】a＞b＞0，且ab=1，可取a=2，b= ．代入计算即可得出大小关系．

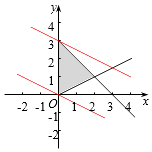


5、【答案】C   
【考点】二元一次不等式（组）与平面区域，简单线性规划   
【解析】【解答】解：画出约束条件 表示的平面区域，如图所示；  
  
由 解得A（﹣3，4），  
此时直线y=﹣ x+ z在y轴上的截距最大，  
所以目标函数z=x+2y的最大值为  
zmax=﹣3+2×4=5．  
故选：C．  
【分析】画出约束条件表示的平面区域，根据图形找出最优解是  
由 解得的点A的坐标，  
代入目标函数求出最大值．

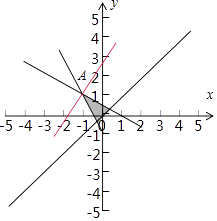


6、【答案】C   
【考点】必要条件、充分条件与充要条件的判断，等差数列的前n项和   
【解析】【解答】解：∵S4+S6＞2S5 ，   
∴4a1+6d+6a1+15d＞2（5a1+10d），  
∴21d＞20d，  
∴d＞0，  
故“d＞0”是“S4+S6＞2S5”充分必要条件，  
故选：C  
【分析】根据等差数列的求和公式和S4+S6＞2S5 ， 可以得到d＞0，根据充分必要条件的定义即可判断．

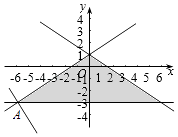
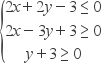
7、【答案】A   
【考点】二元一次不等式（组）与平面区域，简单线性规划   
【解析】【解答】解：x、y满足约束条件 ，表示的可行域如图：  
目标函数z=x+2y经过坐标原点时，函数取得最小值，  
经过A时，目标函数取得最大值，  
由 解得A（0，3），  
目标函数的直线为：0，最大值为：36  
目标函数的范围是[0，6]．  
故选：A．  
  
【分析】画出约束条件的可行域，利用目标函数的最优解求解即可．



8、【答案】-5   
【考点】简单线性规划   
【解析】【解答】解：由x，y满足约束条件 作出可行域如图，  
  
由图可知，目标函数的最优解为A，  
联立 ，解得A（﹣1，1）．  
∴z=3x﹣2y的最小值为﹣3×1﹣2×1=﹣5．  
故答案为：﹣5．  
【分析】由约束条件作出可行域，由图得到最优解，求出最优解的坐标，数形结合得答案．



9、【答案】A   
【考点】二元一次不等式（组）与平面区域，简单线性规划   
【解析】【解答】解：x、y满足约束条件 的可行域如图：  
z=2x+y 经过可行域的A时，目标函数取得最小值，  
由 解得A（﹣6，﹣3），  
则z=2x+y 的最小值是：﹣15．  
故选：A．  
  
【分析】画出约束条件的可行域，利用目标函数的最优解求解目标函数的最小值即可．



10、【答案】B   
【考点】等比数列的前n项和   
【解析】【解答】解：设这个塔顶层有a盏灯，  
∵宝塔一共有七层，每层悬挂的红灯数是上一层的2倍，  
∴从塔顶层依次向下每层灯数是以2为公比、a为首项的等比数列，  
又总共有灯381盏，  
∴381= =127a，解得a=3，  
则这个塔顶层有3盏灯，  
故选B．  
【分析】设这个塔顶层有a盏灯，由题意和等比数列的定义可得：从塔顶层依次向下每层灯数是等比数列，结合条件和等比数列的前n项公式列出方程，求出a的值．



11、【答案】A   
【考点】等差数列的通项公式，等差数列的前n项和，等比数列   
【解析】【解答】解：∵等差数列{an}的首项为1，公差不为0．a2 ， a3 ， a6成等比数列，  
∴ ，  
∴（a1+2d）2=（a1+d）（a1+5d），且a1=1，d≠0，  
解得d=﹣2，  
∴{an}前6项的和为 = =﹣24．  
故选：A．  
【分析】利用等差数列通项公式、等比数列性质列出方程，求出公差，由此能求出{an}前6项的和．



12、【答案】A   
【考点】函数恒成立问题，分段函数的应用   
【解析】【解答】解：当x≤1时，关于x的不等式f（x）≥| +a|在R上恒成立，  
即为﹣x2+x﹣3≤ +a≤x2﹣x+3，  
即有﹣x2+ x﹣3≤a≤x2﹣ x+3，  
由y=﹣x2+ x﹣3的对称轴为x= ＜1，可得x= 处取得最大值﹣ ；  
由y=x2﹣ x+3的对称轴为x= ＜1，可得x= 处取得最小值 ，  
则﹣ ≤a≤ ①  
当x＞1时，关于x的不等式f（x）≥| +a|在R上恒成立，  
即为﹣（x+ ）≤ +a≤x+ ，  
即有﹣（ x+ ）≤a≤ + ，  
由y=﹣（ x+ ）≤﹣2 =﹣2 （当且仅当x= ＞1）取得最大值﹣2 ；  
由y= x+ ≥2 =2（当且仅当x=2＞1）取得最小值2．  
则﹣2 ≤a≤2②  
由①②可得，﹣ ≤a≤2．  
故选：A．  
【分析】讨论当x≤1时，运用绝对值不等式的解法和分离参数，可得﹣x2+ x﹣3≤a≤x2﹣ x+3，再由二次函数的最值求法，可得a的范围；讨论当x＞1时，同样可得﹣（ x+ ）≤a≤ + ，再由基本不等式可得最值，可得a的范围，求交集即可得到所求范围．

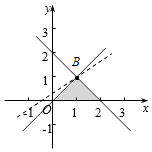


13、【答案】A   
【考点】数列的求和   
【解析】【解答】解：设该数列为{an}，设bn= +…+ =2n﹣1，（n∈N+），则 = ai ，   
由题意可设数列{an}的前N项和为SN ， 数列{bn}的前n项和为Tn ， 则Tn=21﹣1+22﹣1+…+2n﹣1=2n﹣n﹣2，  
可知当N为 时（n∈N+），数列{an}的前N项和为数列{bn}的前n项和，即为2n﹣n﹣2，  
容易得到N＞100时，n≥14，  
A项，由 =435，440=435+5，可知S440=T29+b5=230﹣29﹣2+25﹣1=230 ， 故A项符合题意．  
B项，仿上可知 =325，可知S330=T25+b5=226﹣25﹣2+25﹣1=226+4，显然不为2的整数幂，故B项不符合题意．  
C项，仿上可知 =210，可知S220=T20+b10=221﹣20﹣2+210﹣1=221+210﹣23，显然不为2的整数幂，故C项不符合题意．  
D项，仿上可知 =105，可知S110=T14+b5=215﹣14﹣2+25﹣1=215+15，显然不为2的整数幂，故D项不符合题意．  
故选A．  
方法二：由题意可知： ， ， ，… ，  
根据等比数列前n项和公式，求得每项和分别为：21﹣1，22﹣1，23﹣1，…，2n﹣1，  
每项含有的项数为：1，2，3，…，n，  
总共的项数为N=1+2+3+…+n= ，  
所有项数的和为Sn：21﹣1+22﹣1+23﹣1+…+2n﹣1=（21+22+23+…+2n）﹣n= ﹣n=2n+1﹣2﹣n，  
由题意可知：2n+1为2的整数幂．只需将﹣2﹣n消去即可，  
则①1+2+（﹣2﹣n）=0，解得：n=1，总共有 +2=2，不满足N＞100，  
②1+2+4+（﹣2﹣n）=0，解得：n=5，总共有 +3=17，不满足N＞100，  
③1+2+4+8+（﹣2﹣n）=0，解得：n=13，总共有 +4=95，不满足N＞100，  
④1+2+4+8+16（﹣2﹣n）=0，解得：n=29，总共有 +5=440，满足N＞100，  
∴该款软件的激活码440．  
故选A．  
【分析】方法一：由数列的性质，求得数列{bn}的通项公式及前n项和，可知当N为 时（n∈N+），数列{an}的前N项和为数列{bn}的前n项和，即为2n﹣n﹣2，容易得到N＞100时，n≥14，分别判断，即可求得该款软件的激活码；  
方法二：由题意求得数列的每一项，及前n项和Sn=2n+1﹣2﹣n，及项数，由题意可知：2n+1为2的整数幂．只需将﹣2﹣n消去即可，分别分别即可求得N的值．



二、填空题

14、【答案】﹣1   
【考点】二元一次不等式（组）与平面区域，简单线性规划   
【解析】【解答】解：由z=3x﹣4y，得y= x﹣ ，作出不等式对应的可行域（阴影部分），  
  
平移直线y= x﹣ ，通过平移可知当直线y= x﹣ ，  
经过点B（1，1）时，直线y= x﹣ 在y轴上的截距最大，此时z取得最小值，  
将B的坐标代入z=3x﹣4y=3﹣4=﹣1，  
即目标函数z=3x﹣4y的最小值为﹣1．  
故答案为：﹣1．  
【分析】作出不等式组对应的平面区域，结合平移过程，求目标函数z=3x﹣4y的最小值．



15、【答案】-8   
【考点】等比数列的通项公式   
【解析】【解答】解：设等比数列{an}的公比为q，∵a1+a2=﹣1，a1﹣a3=﹣3，  
∴a1（1+q）=﹣1，a1（1﹣q2）=﹣3，  
解得a1=1，q=﹣2．  
则a4=（﹣2）3=﹣8．  
故答案为：﹣8．  
【分析】设等比数列{an}的公比为q，由a1+a2=﹣1，a1﹣a3=﹣3，可得：a1（1+q）=﹣1，a1（1﹣q2）=﹣3，解方程组即可得出．

16、【答案】  
【考点】等差数列的前n项和，数列的求和   
【解析】【解答】解：等差数列{an}的前n项和为Sn ， a3=3，S4=10，S4=2（a2+a3）=10，  
可得a2=2，数列的首项为1，公差为1，  
Sn= ， = ，  
则 =2[1﹣ + +…+ ]=2（1﹣ ）= ．  
故答案为： ．  
【分析】利用已知条件求出等差数列的前n项和，然后化简所求的表达式，求解即可．



17、【答案】32   
【考点】等比数列的通项公式，等比数列的前n项和   
【解析】【解答】解：设等比数列{an}的公比为q≠1，  
∵S3= ，S6= ，∴ = ， = ，  
解得a1= ，q=2．  
则a8= =32．  
故答案为：32．  
【分析】设等比数列{an}的公比为q≠1，S3= ，S6= ，可得 = ， = ，联立解出即可得出．



18、【答案】30   
【考点】基本不等式，基本不等式在最值问题中的应用   
【解析】【解答】解：由题意可得：一年的总运费与总存储费用之和= +4x≥4×2× =240（万元）．  
当且仅当x=30时取等号．  
故答案为：30．  
【分析】由题意可得：一年的总运费与总存储费用之和= +4x，利用基本不等式的性质即可得出．



19、【答案】1   
【考点】等差数列与等比数列的综合   
【解析】【解答】解：等差数列{an}和等比数列{bn}满足a1=b1=﹣1，a4=b4=8，  
设等差数列的公差为d，等比数列的公比为q．  
可得：8=﹣1+3d，d=3，a2=2；  
8=﹣q3 ， 解得q=﹣2，∴b2=2．  
可得 =1．  
故答案为：1．  
【分析】利用等差数列求出公差，等比数列求出公比，然后求解第二项，即可得到结果．



20、【答案】4   
【考点】基本不等式   
【解析】【解答】解：a，b∈R，ab＞0，  
∴ ≥   
=   
=4ab+ ≥2 =4，  
当且仅当 ，  
即 ，  
即a= ，b= 或a=﹣ ，b=﹣ 时取“=”；  
∴上式的最小值为4．  
故答案为：4．  
【分析】两次利用基本不等式，即可求出最小值，需要注意不等式等号成立的条件是什么．



三、解答题

21、【答案】解：（I）设数列{xn}的公比为q，则q＞0，  
由题意得 ，  
两式相比得： ，解得q=2或q=﹣ （舍），  
∴x1=1，  
∴xn=2n﹣1 ．   
（II）过P1 ， P2 ， P3 ， …，Pn向x轴作垂线，垂足为Q1 ， Q2 ， Q3 ， …，Qn ，   
即梯形PnPn+1Qn+1Qn的面积为bn ，   
则bn= =（2n+1）×2n﹣2 ，   
∴Tn=3×2﹣1+5×20+7×21+…+（2n+1）×2n﹣2 ， ①  
∴2Tn=3×20+5×21+7×22+…+（2n+1）×2n﹣1 ， ②  
①﹣②得：﹣Tn= +（2+22+…+2n﹣1）﹣（2n+1）×2n﹣1  
= + ﹣（2n+1）×2n﹣1=﹣ +（1﹣2n）×2n﹣1 ．   
∴Tn= ．   
【考点】等比数列的通项公式，等比数列的前n项和   
【解析】【分析】（I）列方程组求出首项和公比即可得出通项公式；  
（II）从各点向x轴作垂线，求出梯形的面积的通项公式，利用错位相减法求和即可．



22、【答案】解：（Ⅰ）设等差数列{an}的公差为d，等比数列{bn}的公比为q．  
由已知b2+b3=12，得b1（q+q2）=12，而b1=2，所以q+q2﹣6=0．  
又因为q＞0，解得q=2．所以，bn=2n ．   
由b3=a4﹣2a1 ， 可得3d﹣a1=8①．  
由S11=11b4 ， 可得a1+5d=16②，  
联立①②，解得a1=1，d=3，由此可得an=3n﹣2．  
所以，数列{an}的通项公式为an=3n﹣2，数列{bn}的通项公式为bn=2n ．   
（Ⅱ）设数列{a2nb2n﹣1}的前n项和为Tn ，   
由a2n=6n﹣2，b2n﹣1= 4n ， 有a2nb2n﹣1=（3n﹣1）4n ，   
故Tn=2×4+5×42+8×43+…+（3n﹣1）4n ，   
4Tn=2×42+5×43+8×44+…+（3n﹣1）4n+1 ，   
上述两式相减，得﹣3Tn=2×4+3×42+3×43+…+3×4n﹣（3n﹣1）4n+1  
= =﹣（3n﹣2）4n+1﹣8  
得Tn= ．  
所以，数列{a2nb2n﹣1}的前n项和为 ．   
【考点】数列的求和，数列递推式，等差数列与等比数列的综合   
【解析】【分析】（Ⅰ）设出公差与公比，利用已知条件求出公差与公比，然后求解{an}和{bn}的通项公式；  
（Ⅱ）化简数列的通项公式，利用错位相减法求解数列的和即可．



23、【答案】解：（Ⅰ）用数学归纳法证明：xn＞0，  
当n=1时，x1=1＞0，成立，  
假设当n=k时成立，则xk＞0，  
那么n=k+1时，若xk+1＜0，则0＜xk=xk+1+ln（1+xk+1）＜0，矛盾，  
故xn+1＞0，  
因此xn＞0，（n∈N\*）  
∴xn=xn+1+ln（1+xn+1）＞xn+1 ，   
因此0＜xn+1＜xn（n∈N\*），  
（Ⅱ）由xn=xn+1+ln（1+xn+1）得xnxn+1﹣4xn+1+2xn=xn+12﹣2xn+1+（xn+1+2）ln（1+xn+1），  
记函数f（x）=x2﹣2x+（x+2）ln（1+x），x≥0  
∴f′（x）= +ln（1+x）＞0，  
∴f（x）在（0，+∞）上单调递增，  
∴f（x）≥f（0）=0，  
因此xn+12﹣2xn+1+（xn+1+2）ln（1+xn+1）≥0，  
故2xn+1﹣xn≤ ；  
（Ⅲ）∵xn=xn+1+ln（1+xn+1）≤xn+1+xn+1=2xn+1 ，   
∴xn≥ ，  
由 ≥2xn+1﹣xn得 ﹣ ≥2（ ﹣ ）＞0，  
∴ ﹣ ≥2（ ﹣ ）≥…≥2n﹣1（ ﹣ ）=2n﹣2 ，   
∴xn≤ ，  
综上所述 ≤xn≤ ．   
【考点】利用导数研究函数的单调性，数列的函数特性，数列递推式，数列与不等式的综合，数学归纳法   
【解析】【分析】（Ⅰ）用数学归纳法即可证明，  
（Ⅱ）构造函数，利用导数判断函数的单调性，把数列问题转化为函数问题，即可证明，  
（Ⅲ）由 ≥2xn+1﹣xn得 ﹣ ≥2（ ﹣ ）＞0，继续放缩即可证明



24、【答案】（1）解： a1=1，a2=2，a3=3，b1=1，b2=3，b3=5，  
当n=1时，c1=max{b1﹣a1}=max{0}=0，  
当n=2时，c2=max{b1﹣2a1 ， b2﹣2a2}=max{﹣1，﹣1}=﹣1，  
当n=3时，c3=max{b1﹣3a1 ， b2﹣3a2 ， b3﹣3a3}=max{﹣2，﹣3，﹣4}=﹣2，  
下面证明：对∀n∈N\*，且n≥2，都有cn=b1﹣na1 ，   
当n∈N\*，且2≤k≤n时，  
则（bk﹣nak）﹣（b1﹣na1），  
=[（2k﹣1）﹣nk]﹣1+n，  
=（2k﹣2）﹣n（k﹣1），  
=（k﹣1）（2﹣n），由k﹣1＞0，且2﹣n≤0，  
则（bk﹣nak）﹣（b1﹣na1）≤0，则b1﹣na1≥bk﹣nak ，   
因此，对∀n∈N\*，且n≥2，cn=b1﹣na1=1﹣n，  
cn+1﹣cn=﹣1，  
∴c2﹣c1=﹣1，  
∴cn+1﹣cn=﹣1对∀n∈N\*均成立，  
∴数列{cn}是等差数列；  
（2）证明：设数列{an}和{bn}的公差分别为d1 ， d2 ， 下面考虑的cn取值，  
由b1﹣a1n，b2﹣a2n，…，bn﹣ann，  
考虑其中任意bi﹣ain，（i∈N\*，且1≤i≤n），  
则bi﹣ain=[b1+（i﹣1）d1]﹣[a1+（i﹣1）d2]×n，  
=（b1﹣a1n）+（i﹣1）（d2﹣d1×n），  
下面分d1=0，d1＞0，d1＜0三种情况进行讨论，  
①若d1=0，则bi﹣ain═（b1﹣a1n）+（i﹣1）d2 ，   
当若d2≤0，则（bi﹣ain）﹣（b1﹣a1n）=（i﹣1）d2≤0，  
则对于给定的正整数n而言，cn=b1﹣a1n，此时cn+1﹣cn=﹣a1 ，   
∴数列{cn}是等差数列；  
当d1＞0，（bi﹣ain）﹣（bn﹣ann）=（i﹣1）d2≤0，  
则对于给定的正整数n而言，cn=bn﹣ann=bn﹣a1n，  
此时cn+1﹣cn=d2﹣a1 ，   
∴数列{cn}是等差数列；  
此时取m=1，则c1 ， c2 ， …，是等差数列，命题成立；  
②若d1＞0，则此时﹣d1n+d2为一个关于n的一次项系数为负数的一次函数，  
故必存在m∈N\*，使得n≥m时，﹣d1n+d2＜0，  
则当n≥m时，（bi﹣ain）﹣（b1﹣a1n）=（i﹣1）（﹣d1n+d2）≤0，（i∈N\*，1≤i≤n），  
因此当n≥m时，cn=b1﹣a1n，  
此时cn+1﹣cn=﹣a1 ， 故数列{cn}从第m项开始为等差数列，命题成立；  
③若d1＜0，此时﹣d1n+d2为一个关于n的一次项系数为正数的一次函数，  
故必存在s∈N\*，使得n≥s时，﹣d1n+d2＞0，  
则当n≥s时，（bi﹣ain）﹣（bn﹣ann）=（i﹣1）（﹣d1n+d2）≤0，（i∈N\*，1≤i≤n），  
因此，当n≥s时，cn=bn﹣ann，  
此时= =﹣an+ ，  
=﹣d2n+（d1﹣a1+d2）+ ，  
令﹣d1=A＞0，d1﹣a1+d2=B，b1﹣d2=C，  
下面证明： =An+B+ 对任意正整数M，存在正整数m，使得n≥m， ＞M，  
若C≥0，取m=[ +1]，[x]表示不大于x的最大整数，  
当n≥m时， ≥An+B≥Am+B=A[ +1]+B＞A• +B=M，  
此时命题成立；  
若C＜0，取m=[ ]+1，  
当n≥m时，  
≥An+B+ ≥Am+B+C＞A• +B+C ≥M﹣C﹣B+B+C=M，  
此时命题成立，  
因此对任意正数M，存在正整数m，使得当n≥m时， ＞M；  
综合以上三种情况，命题得证．   
【考点】数列的应用，等差关系的确定   
【解析】【分析】（1.）分别求得a1=1，a2=2，a3=3，b1=1，b2=3，b3=5，代入即可求得c1 ， c2 ， c3；由（bk﹣nak）﹣（b1﹣na1）≤0，则b1﹣na1≥bk﹣nak ， 则cn=b1﹣na1=1﹣n，cn+1﹣cn=﹣1对∀n∈N\*均成立；  
（2.）由bi﹣ain=[b1+（i﹣1）d1]﹣[a1+（i﹣1）d2]×n=（b1﹣a1n）+（i﹣1）（d2﹣d1×n），分类讨论d1=0，d1＞0，d1＜0三种情况进行讨论根据等差数列的性质，即可求得使得cm ， cm+1 ， cm+2 ， …是等差数列；设 =An+B+ 对任意正整数M，存在正整数m，使得n≥m， ＞M，分类讨论，采用放缩法即可求得因此对任意正数M，存在正整数m，使得当n≥m时， ＞M．



25、【答案】解：（Ⅰ）证明：设等差数列{an}首项为a1 ， 公差为d，则an=a1+（n﹣1）d，  
则an﹣3+an﹣2+an﹣1+an+1+an+2+an+3 ，   
=（an﹣3+an+3）+（an﹣2+an+2）+（an﹣1+an+1），  
=2an+2an+2an ，   
=2×3an ，   
∴等差数列{an}是“P（3）数列”；  
（Ⅱ）证明：由数列{an}是“P（2）数列”则an﹣2+an﹣1+an+1+an+2=4an ， ①  
数列{an}是“P（3）数列”an﹣3+an﹣2+an﹣1+an+1+an+2+an+3=6an ， ②  
由①可知：an﹣3+an﹣2+an+an+1=4an﹣1 ， ③  
an﹣1+an+an+2+an+3=4an+1 ， ④  
由②﹣（③+④）：﹣2an=6an﹣4an﹣1﹣4an+1 ，   
整理得：2an=an﹣1+an+1 ，   
∴数列{an}是等差数列．   
【考点】等差数列的通项公式，数列的应用，等差关系的确定，等差数列的性质   
【解析】【分析】（Ⅰ）由题意可知根据等差数列的性质，an﹣3+an﹣2+an﹣1+an+1+an+2+an+3=（an﹣3+an+3）+（an﹣2+an+2）+（an﹣1+an+1）═2×3an ， 根据“P（k）数列”的定义，可得数列{an}是“P（3）数列”；  
（Ⅱ）由“P（k）数列”的定义，则an﹣2+an﹣1+an+1+an+2=4an ， an﹣3+an﹣2+an﹣1+an+1+an+2+an+3=6an ， 变形整理即可求得2an=an﹣1+an+1 ， 即可证明数列{an}是等差数列．