**§微专题——双曲线的渐近线与离心率**

**（一）知识梳理**

1、渐近线方程：（型）；（型，退化的双曲线），涉及中点问题时，可以使用点差法，弦中点的结论：（为中点）；

2、坐标轴为角平分线：角相等，角平分线定理；

3、记渐近线与准线：的交点为，则渐近线，，;

4、记渐近线与直线：的交点为，则，.

****

**（二）典例示范**

**例1、**（2019年全国Ⅰ）已知双曲线：的左、右焦点分别为，过的直线与的两条渐近线分别交于两点．若，，则的离心率为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

解析：如图，又，故为正三角形，故.



**例2、**已知双曲线*C*：的右焦点*F*，过点*F*作其中一条渐近线的垂线，垂足为*M*，与另一条渐近线交于*N*，若，则双曲线的离心率为

A.  B.  C.  D. 

解：双曲线的渐近线方程为，设*M*在直线上，，，

则，
，，
即，
，，在中，
由勾股定理得，，．故选*A*．

**例3、**已知*F*是双曲线*C*：的一个焦点，，是双曲线的两条渐近线，过*F*且垂直于的直线与，分别交于*A*，*B*两点，若三角形*AOB*的面积为原点，则双曲线的离心率为   

A. 或 B. 或 C. 或 D. 或


解：由题意可得有如下两种情况：，，

如图2甲，直线*AB*方程为，
所以联立方程，得，
联立方程，得，
所以，
所以，即，同理可得当时，满足条件的离心率；
故选*C*．

**例4、**如图，已知双曲线的右焦点为，过的直线交双曲线的渐近线于两点，且直线的倾斜角是渐近线倾斜角的2倍，若，则该双曲线的离心率为（ ）

1. **** B.  C.  D. 

****

****

**例5、**（2014年浙江）设直线与双曲线的两条渐近线分别交于点，若点满足，则该双曲线的离心率是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

****

****

**（三）巩固练习**

**练习1、**双曲线的左、右焦点分别为，渐近线分别为，点*P* 在第一象限内且在上，若，则该双曲线的离心率为   

A.  B. 2 C. D. 

解：双曲线的左、右焦点分别为，，渐近线分别为，，点*P*在第一 象限内且在上，，渐近线的直线方程为，渐近线的直线方程为，，，即，点*P*在上即，
即，，，，即，
，，即，离心率．故选*B*．

**练习2、**已知双曲线的左、右焦点分别为、，*P*为双曲线*C*上一点，*Q*为双曲线*C*渐近线上一点，*P*、*Q*均位于第一象限，且，，则双曲线*C*的离心率为

A.  B.  C.  D. 

解：由，知，又*Q*点在渐近线上，所以，

从而有，代入双曲线方程得，

即，，故选*A*．

**练习3、**已知，是双曲线*C*：的左、右焦点，*B*是虚轴的上端点，直线与双曲线*C*的两条渐近线分别交于*M*、*N*两点，*E*是*MN*的中点，*P*是*x*轴上的点，若，，则双曲线*C*的离心率为\_\_\_\_\_\_\_\_．

解：双曲线*C*：，，，设，
由，可得，解得，，所以，
直线的方程为，渐近线方程为，
联立和可得，，
所以，又，所以，解得，
所以离心率，故答案为．