泉州七中 2020 届高三年校质检（一）理科数学

参考答案及评分细则

评分说明：

1．本解答给出了一种或几种解法供参考，如果考生的解法与本解答不同，可根据试题的主要考查内容比照评分标准制定相应的评分细则．

2．对计算题，当考生的解答在某一步出现错误时，如果后继部分的解答未改变该题的内容和难度，可视影响的程度决定后继部分的给分，但不得超过该部分正确解答应给分数的一半；如果后继部分的解答有较严重的错误，就不再给分．

3．解答右端所注分数，表示考生正确做到这一步应得的累加分数．

4．只给整数分数．选择题和填空题不给中间分．

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分．

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	A	D	A	D	B	C	D	C	A	C	B	A

1.【解析】z 为纯虚数，得 $\begin{cases} a^2-1=0 \\ a-1\neq 0 \end{cases}$，所以 $a=-1$，故选 A.

2.【解析】由 $\dfrac{x-1}{x}<0$，得 $0<x<1$，所以 $A=(0,1)$；由 $y=2^x, x<0$，得 $0<y<1$，所以 $B=(0,1)$

所以 $A=B$，故选 D.

3.【解析】模拟程序运行，$i=0,s=2$；$i=1,s=\dfrac{1}{2}$；$i=2,s=-\dfrac{1}{2}$；$i=3,s=-3$；$i=4,s=2$．故周期为4． 因为 $i=2020$ 时退出循环，输出的 s 值为 2．故选 A.

4.【解析】由空间位置关系判断，故选 D.

5.【解析】由图可知，$N=10$，$L=10$，所以 $S_{多}=10+\dfrac{1}{2}\times 10-1=14$，$S_{正}=7^2=49$.

故概率 $P=\dfrac{S_{多}}{S_{正}}=\dfrac{14}{49}=\dfrac{2}{7}$．故选 B.

6.【解析】令 $x=0$，得 $a_0=1$；令 $x=\dfrac{1}{2}$，得 $a_0+\dfrac{a_1}{2}+\dfrac{a_2}{2^2}+\ldots+\dfrac{a_{2020}}{2^{2020}}=0$，故选 C.

7. 解析】设数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d，则 $\{\dfrac{S_n}{n}\}$ 是公差为 $\dfrac{d}{2}$ 的等差数列，所以 $d=-2$

所以 $a_n=13-2n$，从而 $a_6=1>0$，$a_7=-1<0$，$a_6+a_7=0$

所以 $S_{11}=11a_6>0$，$S_{12}=6(a_6+a_7)=0$，$S_{13}=13a_7<0$，所以最小的 n 为13，故选 D.

8.【解析】构造函数 $f(x)=\dfrac{x}{\ln x}(x>1)$，求导易得 $f(x)$ 在 $(1,e)\downarrow,(e,+\infty)\uparrow$，又 $\dfrac{2}{\ln 2}=\dfrac{4}{\ln 4}$

所以 $b<a<c$，故选 C.

9．【解析】由条件可知 $f(x)=\sin(2x+\dfrac{\pi}{3})$，所以其对称轴为 $x=\dfrac{k\pi}{2}+\dfrac{\pi}{12}$ （$k\in\mathbf{Z}$）

因为 $m,n\in(\pi,2\pi)$，所以有 $\dfrac{m+n}{2}=\dfrac{\pi}{12}+\dfrac{3\pi}{2}$ 即 $\dfrac{3(m+n)}{2}=\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{9\pi}{2}$

所以 $f(\dfrac{3m+3n}{2})=\sin\left[2(\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{9\pi}{2})+\dfrac{\pi}{3}\right]=\sin(\dfrac{\pi}{2}+\dfrac{\pi}{3}+9\pi)=\sin(\dfrac{11\pi}{6})=-\dfrac{1}{2}$

故选 A

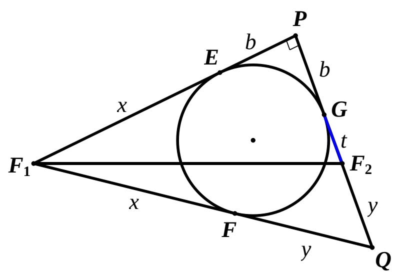
10．【解析】因为 $f\left(x\right)+f\left(-x\right)=2\cos x$，得 $g\left(x\right)=f\left(x\right)-\cos x$ 为奇函数

又当 $x\geq 0$ 时，$f'\left(x\right)+\sin x\geq 0$，即 $g'\left(x\right)\geq 0$，所以 $g\left(x\right)$ 在 $[0,+\infty)$ 上单调递增

由 $f\left(x\right)\geq f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)+\cos x$，即 $g\left(x\right)\geq g\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$，所以解集为 $[\dfrac{\pi}{2},+\infty)$，答案选 C.

11．【解析】由切线长相等，如图，结合双曲线定义，得 $\begin{cases}\left(b+x\right)-\left(b+t\right)=2a\\ \left(x+y\right)-\left(y-t\right)=2a\end{cases}$，所以 $\begin{cases}x=2a\\ t=0\end{cases}$

在 $Rt\Delta PF_1F_2$ 中，$4c^2=\left(2a+b\right)^2+b^2\Rightarrow b=2a$，故 $e=\sqrt{5}$，故选 B.

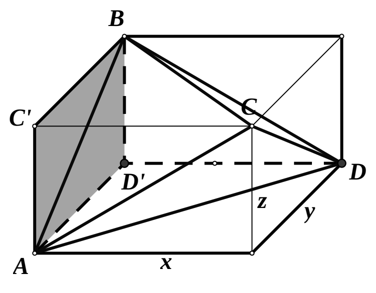


另解：因为 $\angle F_1PQ=90^0$，所以 $r=\dfrac{PF_1+PQ-F_1Q}{2}=\dfrac{PF_1+PF_2+QF_2-QF_1}{2}=\dfrac{PF_1+PF_2-2a}{2}$

所以 $PF_1+PF_2=2b+2a$，又 $PF_1-PF_2=2a$，所以 $PF_1=b+2a,PF_2=b$

在 $Rt\Delta PF_1F_2$ 中，$4c^2=\left(2a+b\right)^2+b^2\Rightarrow b=2a$，故 $e=\sqrt{5}$，故选 B.　结论：$r=\sqrt{b^2+c^2}-a$

12．【解析】如图所示，



三棱锥在平面 α 上的投影面积为左侧面 $AD'BC'$ 的面积 $=yz$

又 $\begin{cases}y^2+z^2=6\\ z^2+x^2=a^2\\ x^2+y^2=b^2\end{cases}$ 所以 $S=yz\leq\dfrac{y^2+z^2}{2}=3$，当且仅当 $y=z=\sqrt{3}$ 时取等，所以 $a=b$

因为 $a+2b=6$，所以 $a=b=2$，得 $x=1$，故 $4R^2=l^2=x^2+y^2+z^2=7$，所以 $R=\dfrac{\sqrt{7}}{2}$.

故选 A.

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

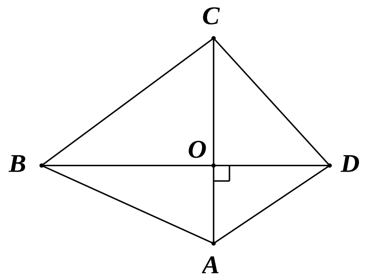
13、-3.2； **14**、2^{25}； **15**、16； **16**、$2\sqrt{2}-3$

13.【解析】由已知，$\overline{x}=10,\overline{y}=8$，又 $\overline{y}=b\overline{x}+a$，所以 $b=-3.2$

14.【解析】因为 $a_na_{n+1}=2^n$，所以 $a_{n+1}a_{n+2}=2^{n+1}$，得 $\dfrac{a_{n+2}}{a_n}=2$，故 $a_2,a_4,a_6,\ldots,a_{2k}$ 组成一个以 $a_2=2$ 为首项，以 2 为公比的等比数列，故 $a_{50}=a_2\cdot 2^{24}=2^{25}$.

另解：$a_1=1,a_2=2^1,a_3=2,a_4=2^2,a_5=2^2,a_6=2^3$，由规律得 $a_{2k}=2^k$，所以 $a_{50}=2^{25}$.

15.【解析】如图，$\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{DC}\cdot\overrightarrow{DB}=\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{CD}\right)\cdot\overrightarrow{BD}=\left|\overrightarrow{BD}\right|\cdot\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{CD}\right)$ 在 $\overrightarrow{BD}$ 方向上的投影 $=\left|BD\right|^2=16$.



16.【解析】记直线 BF 与 C 的另一个交点为 A'，
因为 $x_F=-x_E$，所以 A',A 关于 x 轴对称；

设直线 BF 的方程为：$x=ty+\dfrac{p}{2}$，得联立 $\begin{cases}x=ty+\dfrac{p}{2}\\ y=2px\end{cases}$，

得 $y^2-2pty-p^2=0$，则 $\begin{cases}(-y_1)+y_2=2pt\\ (-y_1)y_2=-p^2\end{cases}$；由 $D(0,-1)$，得 $t=\dfrac{p}{2}$，

从而 $y_2-y_1=y_2y_1\Rightarrow\dfrac{1}{y_1}-\dfrac{1}{y_2}=1$

所以 $(y_2-2y_1)\cdot(\dfrac{1}{y_1}-\dfrac{1}{y_2})=-3+\left(\dfrac{2y_1}{y_2}+\dfrac{y_2}{y_1}\right)\geq -3+2\sqrt{2}$，故答案为 $2\sqrt{2}-3$.

三、解答题：共 70 分.

17.（12 分）

【解析】（1）在 ΔABC 中，因为 $\left(2c-a\right)b=\dfrac{\sin B}{\sin C}\left(b^2+c^2-a^2\right)$，由正弦定理可得：

$(2c-a)b=\dfrac{b}{c}\left(b^2+c^2-a^2\right)$， ……………………………………………………1 分

即 $2c^2-ac=b^2+c^2-a^2$， ……………………………………………………3 分

所以 $a^2+c^2-b^2=ac$， ……………………………………………………4 分

所以 $\cos B=\dfrac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\dfrac{1}{2}$ ……………………………………………………5 分

因为 $0<B<\pi$，所以 $B=\dfrac{\pi}{3}$. ……………………………………………………6 分

（2）因为 $3\sin A=2\sin C$，所以 $a:c=2:3$， ………………………………………7 分

设 $a=2x$，则 $c=3x$.

因为 $S_{\triangle ABC}=6\sqrt{3}$，所以 $S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}ac\sin B=\dfrac{1}{2}\cdot 2x\cdot 3x\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}$，

解得 $x=2$， ……………………………………………9 分

即 $a=4, c=6$，

又因为 $\overrightarrow{BD}=3\overrightarrow{DC}$，所以 $BD=3, DC=1$． ………………………………10 分

在 $\triangle ADC$ 中，由余弦定理得 $AD^2=AB^2+BD^2-2AB\cdot BD\cdot\cos B=27$，

所以 $AD=3\sqrt{3}$． ………………………………………………12 分

18．（12 分）

【解析】（1）$\because$ 底面 ABC 是正三角形，O 为 BC 的中点，$\therefore BC\perp AO$ …………………1 分

又 $\because A_1$ 在底面 ABC 的射影是 O，$\therefore A_1O\perp$ 平面 ABC， ………………………………2 分

而 $BC\subset$ 平面 ABC，$\therefore A_1O\perp BC$， ………………………………3 分

$AO\cap A_1O=O$，$A_1O, AO\subset$ 平面 A_1AO，

$\therefore BC\perp$ 平面 A_1AO， ……………………………4 分

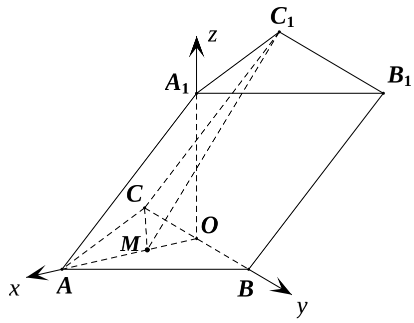
又 $BC\subset$ 平面 BB_1C_1C，$\therefore$ 平面 $A_1AO\perp$ 平面 BB_1C_1C ………………………………5 分

（2）由（1）知，直线 A_1A 和底面 ABC 所成的角为 $\angle A_1AO$，即 $\angle A_1AO=\dfrac{\pi}{4}$，

$\therefore A_1O=AO=\sqrt{3}$． ………………………………6 分

以 O 为原点，分别以 OA, OB, OA_1 为 x, y, z 轴,建立空间直角坐标系，如图

则 $A(\sqrt{3},0,0), A_1(0,0,\sqrt{3}), B(0,1,0), C(0,-1,0)$ ………………………..………7 分



设 $OM=t, (0\le t\le\sqrt{3})$，则 M 的坐标为 $(t,0,0)$

所以 $\overrightarrow{CM}=(t,1,0)$

设 $\overrightarrow{n_1}=(x_1,y_1,z_1)$ 为平面 BCC_1 的一个法向量，

$\overrightarrow{CC_1}=\overrightarrow{AA_1}=(-\sqrt{3},0,\sqrt{3}), \overrightarrow{OC}=(0,-1,0)$，

由 $\begin{cases}\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{CC_1}=0\\ \overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{OC}=0\end{cases}$

得 $\begin{cases}-\sqrt{3}x_1+\sqrt{3}z_1=0\\ -y_1=0\end{cases}$，$\therefore\begin{cases}x_1=z_1\\ y_1=0\end{cases}$，令 $x_1=1$，得 $\overrightarrow{n_1}=(1,0,1)$， …………………………8 分

又设 $\overrightarrow{n_2}=(x_2,y_2,z_2)$ 为平面 CC_1M 的一个法向量，由 $\begin{cases}\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{CC_1}=0\\ \overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{CM}=0\end{cases}$

得 $\begin{cases}-\sqrt{3}x_2+\sqrt{3}z_2=0\\ tx_2+y_2=0\end{cases}$，令 $x_2=1$，得 $\overrightarrow{n_2}=(1,-t,1)$ …………………………9 分

依题意，$\left|\cos<\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}>\right|=\dfrac{\left|\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{n_2}\right|}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|\left|\overrightarrow{n_2}\right|}=\dfrac{2}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2+t^2}}=\cos\dfrac{\pi}{4}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，

解得 $t=\sqrt{2}$ 或 $t=-\sqrt{2}$（舍去），　　　　　　　　……………………………11 分

故存在点 M 符合题意，且 $OM=\sqrt{2}$.　　　　　　　　……………………………12 分

19.（12 分）

解析：（1）记菱形 $ABCD$ 中心为 G，则有 $2c=AB=\dfrac{16}{4}=4$，$2a=GA+GB$　　…………1 分

因为 $AC\perp BD$，得 $GA^2+GB^2=AB^2=16$，$S_{ABCD}=4\cdot\dfrac{1}{2}GA\cdot GB$，所以 $GA\cdot GB=4$

所以 $\left(GA+GB\right)^2=16+2\cdot4=24\Rightarrow a=\sqrt{6}$，又 $c=2$，　　……………………………3 分

所以椭圆 E 的方程为：$\dfrac{x^2}{6}+\dfrac{y^2}{2}=1$　　……………………………4 分

（2）若直线 $l\perp x$ 轴，l 与直线 $x=3$ 没有公共点，不合题意

设直线 l 的方程为 $y=kx+m$　　……………………………………5 分

由 $\begin{cases}y=kx+m\\ \dfrac{x^2}{6}+\dfrac{y^2}{2}=1\end{cases}$，得 $\left(1+3k^2\right)x^2+6kmx+3m^2-6=0$　　……………………………6 分

令 $\Delta=0$，得 $2+6k^2=m^2$　　……………………………7 分

$x_M=\dfrac{x_1+x_2}{2}=\dfrac{-3km}{1+3k^2}=\dfrac{-3km}{\frac{m^2}{2}}=\dfrac{-6k}{m}$，　　……………………………8 分

把 x_M 代入 $y=kx+m$，得 $M\left(\dfrac{-6k}{m},\dfrac{2}{m}\right)$　　……………………………9 分

把 $x=3$ 代入 $y=kx+m$，得 $N\left(3,3k+m\right)$　　……………………………10 分

又 $B\left(2,0\right)$，$k_{BM}\cdot k_{BN}=\dfrac{\frac{2}{m}}{\frac{-6k}{m}-2}\cdot\dfrac{3k+m}{3-2}=-1$　　……………………………11 分

所以 $BM\perp BN$，所以 ΔMNB 为直角三角形.　　……………………………12 分

20.（12 分）

【解析】（1）　质量指标值位于 $(165,175]$ 的产品数有 $0.002\times10\times500=10$　（件）

质量指标值位于 $(225,235]$ 的产品数有 $0.002\times10\times500=10$　（件）

记事件A：抽取2件电子元件质量指标值之差不超过10

所以 $P(A)=1-P(\overline{A})=1-\dfrac{C_{10}^{1}C_{10}^{1}}{C_{20}^{2}}=\dfrac{9}{19}$. 2分

（2）以频率为概率，故可将该电子原件的不合格品率视为0.1． 3分

设在一次检验中抽取到的不合格品的件数为Y，则$Y\sim B(10,0.1)$， 4分

再设一次检验后，需要校准设备的概率为p，则

$p=P(Y>1)=1-P(Y=0)-P(Y=1)=1-0.9^{10}-C_{10}^{1}0.9^{9}0.1\approx 0.2639$

X 为一天6次检验中需校准设备的次数，则$X\sim B(6,0.2639)$, ... 6分

所以$EX=6\times 0.2639\approx 1.583$. 7分

（III）设一批产品要检查的件数为ξ，则$\xi=1,2,\ldots$，$m\ (m\ge 2)$

其中$P(\xi=k)=(1-p)^{k-1}p,\ k\in\{1,2,3,\ldots\ldots,\ m-1\}$，$P(\xi=m)=(1-p)^{m-1}$

.... 9分

则ξ的数学期望

$E\xi=1\cdot p+2\cdot(1-p)p+3\cdot(1-p)^2p+4\cdot(1-p)^3p+\ldots\ldots+(m-1)\left(1-p\right)^{m-2}p+m\cdot(1-p)^{m-1}$

.... 10分

$(1-p)E\xi$

$=1\cdot(1-p)p+2\cdot(1-p)^2p+3\cdot(1-p)^3p+4\cdot(1-p)^4p+\ldots\ldots+\left(m-1\right)\cdot(1-p)^{m-1}p+m\cdot(1-p)^m$

两式相减

$pE\xi=p+(1-p)p+(1-p)^2p+\ldots\ldots+(1-p)^{m-2}p+\left(m-mp+p\right)(1-p)^{m-1}-m(1-p)^m$

所以 $pE\xi=\dfrac{p[1-\left(1-p\right)^{m-1}]}{1-\left(1-p\right)}1+(1-p)^{m-1}\left(m-mp+p\right)-m(1-p)^m=1-(1-p)^m$

得 $E\xi=\dfrac{1-(1-p)^m}{p}$．所以平均每批要检查电子元件数为$\dfrac{1-(1-p)^m}{p}$件. …………………12分

21.（12分）

解析：（1）$f'\left(x\right)=e^{x-1}-\dfrac{a}{x}+2x$，因为$f\left(x\right)\ge 0=f\left(1\right)$，所以$x=1$是$f\left(x\right)$的极小值点，……2分

所以$f'\left(1\right)=0$，得$a=3$ …………………………………3分

此时$f'\left(x\right)=e^{x-1}-\dfrac{3}{x}+2x$在$\left(0,+\infty\right)$单调递增

所以$f\left(x\right)$在$(0,1)$上单调递减，$(1,+\infty)$上单调递增

所以$f\left(x\right)\ge f\left(1\right)=0$，符合题意.

所以$a=3$. …………………………………4分

（2） 当$x=1$时，$f(1)=0$，所以$h(1)=0$，故$x=1$是$h(x)$的一个零点

……………………………………5 分

当$0<x<1$时， 若$a>0$，则$h(x)\le g(x)<0$，所以$h(x)$不存在零点；

若$a<0$，$g(x)>0$，故$h(x)$的零点即为$f(x)$的零点；

由$a<0$，$f'(x)=e^{x-1}-\dfrac{a}{x}+2x>0$，所以$f(x)$在$(0,1)$上单调递增，

故$f(x)<f(1)=0$，从而$f(x)$在$(0,1)$上不存在零点.

……………………………………7 分

当$x>1$时， 若$a<0$，则$h(x)\le g(x)<0$，所以$h(x)$不存在零点；

若$a>0$，$g(x)>0$，故$h(x)$的零点即为$f(x)$的零点；

……………………………………8 分

由$a>0$，$f'(x)=e^{x-1}-\dfrac{a}{x}+2x$在$(1,+\infty)$上单调递增，$f'(1)=3-a$

若$0<a\le 3$，即$f'(1)\ge 0$，则有$f'(x)\ge f'(1)\ge 0$，

所以$f(x)$在$(1,+\infty)$上单调递增，所以$f(x)>f(1)=0$，

故从而$f(x)$在$(1,+\infty)$上不存在零点.

……………………………………9 分

若$a>3$，即$f'(1)<0$，又$f'(a)=e^{a-1}-\dfrac{a}{a}+2a=e^{a-1}+2a-1>0$

故存在$x_0\in(1,a)$，使得$f'(x_0)=0$

当$x\in(1,x_0)$时，$f'(x)<0$，$f(x)$单调递减；当$x\in(x_0,+\infty)$时，

$f'(x)>0$，$f(x)$单调递增. 所以$f(x_0)<f(1)=0$，

又$f(a)=e^{a-1}-a\ln a+a^2-2>e^2-a^2+a^2-2>0$

所以$f(x)$在$(1,+\infty)$上有唯一零点.

……………………………………11 分

综上， 当$a\in(-\infty,0)\cup(0,3]$时，$h(x)$的零点个数为 1；

当$a\in(3,+\infty)$时，$h(x)$的零点个数为 2.

……………………………………12 分

(二)选考题：共 10 分．请考生在第 22、23 题中任选一题做答，如果多做，则按所做的第一题记分．

22．【选修 4—4：坐标系与参数方程】（10 分）

【解析】（1）由变换$\varphi:\begin{cases}x'=x\\ y'=\dfrac{\sqrt{3}}{2}y\end{cases}$，得$C_2$方程为：$\begin{cases}x'=2\cos t\\ y'=\sqrt{3}\sin t\end{cases}$（$t$为参数），………………2 分

消参得$\dfrac{x'^2}{4}+\dfrac{y'^2}{3}=1$， ……………………………………3 分

令$x'=\rho\cos\theta, y'=\rho\sin\theta$，得$\rho^2=\dfrac{12}{3\cos^2\theta+4\sin^2\theta}$.

所以曲线C_2的极坐标方程为$\rho^2=\dfrac{12}{3\cos^2\theta+4\sin^2\theta}$. ……………………………5 分

（2）设 $P\left(\rho_1,\theta\right),Q\left(\rho_2,\theta+\frac{\pi}{2}\right)$， ……………………………………6 分

由于 $OP\perp OQ$，所以 $|PQ|^2=|OP|^2+|OQ|^2$， ……………………………………7 分

所以 $(\frac{|PQ|}{|OP|\cdot|OQ|})^2=\frac{|OP|^2+|OQ|^2}{|OP|^2\cdot|OQ|^2}=\frac{1}{|OP|^2}+\frac{1}{|OQ|^2}=\frac{1}{{\rho_1}^2}+\frac{1}{{\rho_2}^2}$

……………………………………8 分

$$=\frac{3\cos^2\theta+4\sin^2\theta}{12}+\frac{3\cos^2\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right)+4\sin^2\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right)}{12}=\frac{7}{12}$$

所以 $\frac{|PQ|}{|OP|\cdot|OQ|}=\frac{\sqrt{21}}{6}$. ……………………………………10 分

23.【选修 4—5：不等式选讲】（10 分）

【解析】（1）由题意得，原不等式等价于 $x^2-x-4>|x-1|$，

当 $x>1$ 时，原不等式可化为 $x^2-2x-3>0$， ……………………………………1 分

解得 $x>3$ 或 $x<-1$，故 $x>3$；……………………………………2 分

当 $x\leqslant-1$ 时，原不等式可化为 $x^2-5>0$， ……………………………………3 分

解得 $x>\sqrt{5}$ 或 $x<-\sqrt{5}$，故 $x<-\sqrt{5}$； ……………………………………4 分

综上所述不等式 $f\left(x\right)>g\left(x\right)$ 的解集为 $\left(-\infty,-\sqrt{5}\right)\cup\left(3,+\infty\right)$.……………………………………5 分

（2）因为 $k>0$，所以 $g\left(x\right)+g\left(-x\right)=k\left(|x-1|+|x+1|\right)+2$

$\geqslant k|\left(x+1\right)-\left(x-1\right)|+2=2k+2$， ……………………………………7 分

由题意 $g\left(x\right)+g\left(-x\right)\geqslant8$，所以 $2k+2\geq8$，得 $k\geqslant3$， ……………………………………8 分

$f\left(a\right)+f\left(b\right)+f\left(c\right)+9=a^2-a+b^2-b+c^2-c$

$=\left(a^2+1\right)+\left(b^2+1\right)+\left(c^2+1\right)-\left(a+b+c\right)-3$ ……………………………………9 分

又因为 $a^2+1\geqslant2a$； $b^2+1\geqslant2b$； $c^2+1\geqslant2c$，

故 $f\left(a\right)+f\left(b\right)+f\left(c\right)\geqslant\left(a+b+c\right)-3=k-3\geqslant0$ ……………………………………10 分