泉州七中2020级高二上学期数学周练（2）2021-9-10

 班级 \_\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_\_ 座号 \_\_\_\_\_\_

一、选择题

1．如图，在△*ABC*中，*D*，*E*，*F*分别为线段*BC*，*AD*，*BE*的中点，则=（　　）

A． B． C． D．

【答案】D

【解析】∵  ，故选*D*．

2．（2020·洛阳市）为内一点，且，，若，，三点共线，则的值为（ ） A． B． C． D．

【答案】A

【解析】由有,所以,因为，，三点共线,所以,则,故有,,选A.

3．在中，角、、所对的边分别是、、，若，，，则等于（ ）

A． B． C． D．

【答案】C

【解析】，．，

．．

由正弦定理可得：，．故选：．

4．已知$a,b,c$分别是$ΔABC$的内角$A,B,C$的对边，$bcosA=(2c−a)cosB,c=4,a=2$，则$ΔABC$的面积是（ ）

A．$\frac{1}{2}$ B．$\frac{\sqrt{3}}{2}$ C．$1$ D．$2\sqrt{3}$

【答案】D【解析】在$ΔABC$中，可知$bcosA=(2c−a)cosB$，

由正弦定理可得$sinBcosA=(2sinC−sinA)cosB=2sinCcosB−sinAcosB$，

即$sinBcosA+sinAcosB=2sinCcosB$，即$sin(A+B)=2sinCcosB$，又由$A+B=π−C$，所以$sin(A+B)=sinC$，

所以$sinC=2sinCcosB$，又由$C\in (0,π)$，则$sinC>0$，所以$cosB=\frac{1}{2}$，所以$sinB=\sqrt{1−cos^{2}B}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

又因为$c=4,a=2$，所以三角形的面积为$S=\frac{1}{2}acsinB=\frac{1}{2}×2×4×\frac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$，故选D.

5**、**若点M是所在平面内的一点，且满足，则与的面积比为（ ）.

A． B． C． D．

【解析】（1）如图，由5=+3得

2=2+3-3，即2(-)=3(-)，即2=3，故=，故△ABM与△ABC同底且高的比为3∶5，故S△ABM∶S△ABC=3∶5.所以选C.

6.在△*ABC*中，三**个内角***A*，*B*，*C*所对的边分别为*a*，*b*，*c*，若*S*△*ABC*＝2，*a*＋*b*＝6，＝2cos *C*，则*c*＝(　　) A.2 B.4 C.2 D.3

解析　∵＝2cos *C*，由正弦定理，得sin *A*cos *B*＋cos *A*sin *B*＝2sin *C*cos *C*，

∴sin(*A*＋*B*)＝sin *C*＝2sin *C*cos *C*，由于0＜*C*＜π，sin *C*≠0，∴cos *C*＝，∴*C*＝，

∵*S*△*ABC*＝2＝*ab*sin *C*＝*ab*，∴*ab*＝8，

又*a*＋*b*＝6，解得或*c*2＝*a*2＋*b*2－2*ab*cos *C*＝4＋16－8＝12，∴*c*＝2，故选C.

7、已知平面向量，的夹角为，且，．在中，，，为的中点，则的长等于（ ）

A．2 B．4 C．6 D．8

【答案】A【解析】因为，，则，所以．选：A．

8、在正方体中，是正方形的中心，则直线与直线所成角大小为（ ）

A．30° B．45° C．60° D．90°

【答案】A【解析】设正方体的棱长为，连接，，，

因为，故或其补角为直线与直线所成角.

而，，，

故，所以，

所以，因为为锐角，故，故选：A.

9、如图所示，平面四边形*ABCD*中，$∠BCD=90°$，$∠ABC=135°$，$AB=6$，$AC=3\sqrt{10}$，$CD=5\sqrt{2}$，则*ABCD*的面积为$($  $)$ A. 39 B. 36 C. 42 D. 48

【答案】*A*解：在$△ABC$中，由正弦定理，，

解得，，

由余弦定理，，
即$BC^{2}+6\sqrt{2}BC−54=0$，解得$BC=3\sqrt{2}$；

则*ABCD*的面积，故选*A*．

**10、**如图，边长为1的等边△*ABC*中，*AD*为边*BC*上的高，*P*为线段*AD*上的动点，则的取值范围是（　　）

A．[﹣，0] B．[0，] C．[﹣，+∞） D．[﹣，0]

【答案】A

【解析】以为坐标原点建立平面直角坐标系，如下所示：故可得，设点，

因为点在线段上，故可得.

故，

故当时，取得最小值，

当或时，取得最大值.故.故选：A.

11．(多选)已知在边长为2的等边△*ABC*中，向量***a***，***b***满足＝***a***，＝***a***＋***b***，则下列式子正确的是(　　)

A．|2***a***＋***b***|＝2 B．|***b***|＝2 C．***a***·(***a***＋***b***)＝2 D．***a***·***b***＝－6

答案　ABD

解析　＝＋＝2***a***＋***b***，则|2***a***＋***b***|＝||＝2，A正确；***a***·(***a***＋***b***)＝·＝－2，C错误；***a***·(***a***＋***b***)＝|***a***|2＋***a***·***b***＝－2，则***a***·***b***＝－6，D正确；又|***a***＋***b***|＝2，两边平方得|***a***|2＋2***a***·***b***＋|***b***|2＝4，则|***b***|＝2，B正确．

12、(多选)已知*a*，*b*，*c*分别是△*ABC*三个内角*A*，*B*，*C*的对边，下列四个命题中正确的是(　　)

A．若tan *A*＋tan *B*＋tan *C*>0，则△*ABC*是锐角三角形 B．若*a*cos *A*＝*b*cos *B*，则△*ABC*是等腰三角形

C．若*b*cos *C*＋*c*cos *B*＝*b*，则△*ABC*是等腰三角形 D．若＝＝，则△*ABC*是等边三角形

答案　ACD

解析　∵tan *A*＋tan *B*＋tan *C*＝tan *A*tan *B*tan *C*>0，∴*A*，*B*，*C*均为锐角，∴选项A正确；

由*a*cos *A*＝*b*cos *B*及正弦定理，可得sin 2*A*＝sin 2*B*，∴*A*＝*B*或*A*＋*B*＝，

∴△*ABC*是等腰三角形或直角三角形，∴选项B错；

由*b*cos *C*＋*c*cos *B*＝*b*及正弦定理，可知sin *B*cos *C*＋sin *C*cos *B*＝sin *B*，∴sin *A*＝sin *B*，∴*A*＝*B*，∴选项C正确；

由已知和正弦定理，易知tan *A*＝tan *B*＝tan *C*，∴选项D正确．

二、填空题

13．已知向量，，若与的夹角是锐角，则实数的取值范围为\_\_\_\_\_\_；

【答案】

【解析】由题意 ，即，，∴，

若，则，解得，综上的范围是．

14．在△*ABC*中，角*A*，*B*，*C*所对的边分别为*a*，*b*，*c*，若，且*a*=4，*b*=6，则△*ABC*的面积为\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】∵，由余弦定理可得，

化简得，即，

∵，∴.又∵*a*=4，*b*=6，代入，

得，解得或（舍去），

∴.

15.如图，渔船甲位于岛屿*A*的南偏西60°方向的*B*处，且与岛屿*A*相距12海里，渔船乙以10海里/时的速度从岛屿*A*出发沿正北方向航行，若渔船甲同时从*B*处出发沿北偏东*α*的方向追赶渔船乙，刚好用2小时追上.

(1)求渔船甲的速度\_\_\_\_\_\_\_\_(2)求sin *α*的值\_\_\_\_\_\_\_\_

解　(1)依题意知，∠*BAC*＝120°，*AB*＝12，*AC*＝10×2＝20，∠*BCA*＝*α*.

在△*ABC*中，由余弦定理，得*BC*2＝*AB*2＋*AC*2－2*AB*·*AC*·cos∠*BAC*

＝122＋202－2×12×20×cos 120°＝784.解得*BC*＝28.

所以渔船甲的速度为＝14海里/时.

(2)在△*ABC*中，因为*AB*＝12，∠*BAC*＝120°，*BC*＝28，∠*BCA*＝*α*，由正弦定理，得＝，

即sin *α*＝＝＝.

16.如图，在四边形*ABCD*中，∠*B*＝60°，*AB*＝3，*BC*＝6，且＝*λ*，·＝－.

(1)求实数*λ*的值\_\_\_\_\_\_\_\_

(2)若*M*，*N*是线段*BC*上的动点，且||＝1，求·的最小值\_\_\_\_\_\_\_\_

解　(1)∵＝*λ*，∴*AD*∥*BC*，∵∠*B*＝60°，∴∠*DAB*＝120°，

∴·＝6*λ*×3×cos 120°＝－，∴*λ*＝.

(2)如图，过点*A*作*AO*⊥*BC*，垂足为*O*，则*OB*＝*AB*＝，*OC*＝，*AO*＝，

以*O*为原点，以*BC*，*OA*所在直线为坐标轴建立平面直角坐标系，则*D*，设*M*(*x*,0)，*N*(*x*＋1,0)，－≤*x*≤，

∴＝，＝，

∴·＝*x*2－*x*＋＝2＋，∴当*x*＝时，·取得最小值.

1. 解答题

17、给出两个条件：①2*c*－*b*＝2*a*cos *B*；②(2*b*－*c*)cos *A*＝*a*cos *C*，从中选出一个条件补充在下面的问题中，并以此为依据求解问题．(选出一种可行的条件解答，若两个都选，则按第一个解答计分)

在△*ABC*中，*a*，*b*，*c*分别为内角*A*，*B*，*C*所对的边．

(1)求*A*；(2)若*a*＝－1，求△*ABC*面积的最大值．

解　(1)选①2*c*－*b*＝2*a*cos *B*，由正弦定理可得，2sin *C*－sin *B*＝2sin *A*cos *B*，

即2sin－sin *B*＝2sin *A*cos *B*，∴2cos *A*sin *B*＝sin *B*，∵*B*∈，∴sin *B*≠0，

∴2cos *A*＝，即cos *A*＝，又*A*∈，∴*A*＝.

选②cos *A*＝*a*cos *C*，

由正弦定理可得，cos *A*＝sin *A*cos *C*，

∴2sin *B*cos *A*＝sin＝sin *B*，

∵*B*∈，∴sin *B*≠0，∴cos *A*＝，又*A*∈，∴*A*＝.

(2)由余弦定理得，*a*2＝*b*2＋*c*2－2*bc*cos *A*＝*b*2＋*c*2－*bc*，

又*b*2＋*c*2≥2*bc*，当且仅当“*b*＝*c*”时取“＝”，

∴*a*2≥*bc*，即2≥*bc*，∴*bc*≤2，

∴*S*△*ABC*＝*bc*sin *A*＝*bc*≤，

∴△*ABC*的面积的最大值为.

18、如图，在△*ABC*中，角*A*，*B*，*C*所对的边分别为*a*，*b*，*c*，且*b*cos∠*BAC*－*a*sin *B*＝0.

(1)求∠*BAC*；

(2)若*AB*⊥*AD*，*AC*＝2，*CD*＝，求*AD*的长．

解　(1)在△*ABC*中，由正弦定理得sin *B*cos∠*BAC*－sin∠*BAC*sin *B*＝0，

∵sin *B*≠0，∴tan∠*BAC*＝1，

∵∠*BAC*∈(0，π)，∴∠*BAC*＝.

(2)∵*AB*⊥*AD*，且∠*BAC*＝，∴∠*CAD*＝，

在△*ACD*中，*AC*＝2，*CD*＝，∠*CAD*＝.

由余弦定理得*CD*2＝*AC*2＋*AD*2－2*AC*·*AD*·cos∠*CAD*，

即5＝8＋*AD*2－2×2×*AD*×，解得*AD*＝1或*AD*＝3.∴*AD*的长为1或3.

19．如图所示，在长方体中，，点*E*是的中点

（1）证明：平面；（2）证明：；

（3）求二面角的正切值.

【解析】（1）如图所示：连接交于点*O*，连接，则*O*为的中点.

∵*E*是的中点，∴

又平面，平面，

∴平面.

（2）由题意可知，四边形是正方形，∴.

∵平面，平面，∴.

∵平面，平面，，

∴平面.

又平面，

∴，即.

（3）在中，，，，

∴

∵平面平面，

∴.

∵平面，平面，，

∴平面.

又∵平面，

∴.

∴是二面角的平面角.

在*A*中，∵，，，

∴，∴二面角的正切值为.