**平面向量的运算**

**【第一课时】**

向量的加法运算

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **【学习重难点】** | **【学习目标】** | **【核心素养】** |
| 平面向量加法的几何意义 | 理解向量加法的概念以及向量加法的几何意义 | 数学抽象、直观想象 |
| 平行四边形法则和三角形法则 | 掌握向量加法的平行四边形法则和三角形法则，会用它们解决实际问题 | 数学抽象、直观想象 |
| 平面向量加法的运算律 | 掌握向量加法的交换律和结合律，会用它们进行计算 | 数学抽象、数学运算 |

**【学习过程】**

一、问题导学

预习教材内容，思考以下问题：

1．在求两向量和的运算时，通常使用哪两个法则？

2．向量加法的运算律有哪两个？

二、新知探究

探究点1：

平面向量的加法及其几何意义

例1：如图，已知向量***a***，***b***，***c***，求作和向量***a***＋***b***＋***c***．



解：法一：可先作***a***＋***c***，再作（***a***＋***c***）＋***b***，即***a***＋***b***＋***c***．如图，首先在平面内任取一点*O*，作向量＝***a***，接着作向量＝***c***，

则得向量＝***a***＋***c***，然后作向量＝***b***，

则向量＝***a***＋***b***＋***c***为所求．



法二：三个向量不共线，用平行四边形法则来作．如图，（1）在平面内任取一点*O*，作＝***a***，＝***b***；

（2）作平行四边形*AOBC*，则＝***a***＋***b***；

（3）再作向量＝***c***；

（4）作平行四边形*CODE*，

则＝＋***c***＝***a***＋***b***＋***c***．即为所求．



探究点2：

平面向量的加法运算

例2：化简：

（1）＋；

（2）＋＋；

（3）＋＋＋＋．

解：（1）＋＝＋＝．

（2）＋＋

＝＋＋

＝（＋）＋

＝＋＝**0**．

（3）＋＋＋＋

＝＋＋＋＋

＝＋＋＋

＝＋＋＝＋＝**0**．

探究点3：

向量加法的实际应用

例3：某人在静水中游泳，速度为4千米/小时，他在水流速度为4千米/小时的河中游泳．若他垂直游向河对岸，则他实际沿什么方向前进？实际前进的速度大小为多少？

解：如图，设此人游泳的速度为，水流的速度为，以，为邻边作▱*OACB*，则此人的实际速度为＋＝．



由勾股定理知||＝8，且在*Rt*△*ACO*中，∠*COA*＝60°，故此人沿与河岸成60°的夹角顺着水流的方向前进，速度大小为8千米/小时．

三、学习小结

1．向量加法的定义及运算法则

|  |  |
| --- | --- |
| 定义 | 求两个向量和的运算，叫做向量的加法 |
| 法则 | 三角形法则 | 前提 | 已知非零向量***a***，***b*** |
| 作法 | 在平面内任取一点*A*，作＝***a***，＝***b***，再作向量 |
| 结论 | 向量叫做***a***与***b***的和，记作***a***＋***b***，即***a***＋***b***＝＋＝ |
| 图形 | PC16 |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 法则 | 平行四边形法则 | 前提 | 已知不共线的两个向量***a***，***b*** |
| 作法 | 在平面内任取一点*O*，以同一点*O*为起点的两个已知向量***a***，***b***为邻边作▱*OACB* |
| 结论 | 对角线就是***a***与***b***的和 |
| 图形 | PC17 |
| 规定 | 对于零向量与任一向量***a***，我们规定***a***＋**00*a***＝***a*** |

2．|***a***＋***b***|，|***a***|，|***b***|之间的关系

一般地，|***a***＋***b***|≤|***a***|＋|***b***|，当且仅当***a***，***b***方向相同时等号成立．

3．向量加法的运算律

|  |  |
| --- | --- |
| 交换律 | ***a***＋***b***＝***b***＋***a*** |
| 结合律 | （***a***＋***b***）＋***c***＝***a***＋（***b***＋***c***） |

四、精炼反馈

1．化简＋＋＋的结果等于（　　）

A． B．

C． D．

解析：选B．＋＋＋＝＋**0**＝．

2．在四边形*ABCD*中，＝＋，则一定有（　　）

A．四边形*ABCD*是矩形

B．四边形*ABCD*是菱形

C．四边形*ABCD*是正方形

D．四边形*ABCD*是平行四边形

解析：选D．由＝＋得＝，即*AD*＝*BC*，且*AD*∥*BC*，所以四边形*ABCD*的一组对边平行且相等，故为平行四边形．

3．已知非零向量***a***，***b***，|***a***|＝8，|***b***|＝5，则|***a***＋***b***|的最大值为\_\_\_\_\_\_．

解析：|***a***＋***b***|≤|***a***|＋|***b***|，所以|***a***＋***b***|的最大值为13．

答案：13

4．已知▱*ABCD*，*O*是两条对角线的交点，*E*是*CD*的一个三等分点（靠近*D*点），求作：

（1）＋；

（2）＋．



解：（1）延长*AC*，在延长线上截取*CF*＝*AO*，

则向量为所求．



（2）在*AB*上取点*G*，使*AG*＝*AB*，

则向量为所求．

**【第二课时】**

向量的减法运算

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **【学习重难点】** | **【学习目标】** | **【核心素养】** |
| 相反向量 | 理解相反向量的概念 | 数学抽象 |
| 向量的减法 | 掌握向量减法的运算法则及其几何意义 | 数学抽象、直观想象 |

**【学习过程】**

一、问题导入

预习教材内容，思考以下问题：

1．***a***的相反向量是什么？

2．向量减法的几何意义是什么？

二、新知探究

探究点1：

向量的减法运算

例1：化简下列各式：

（1）（＋）＋（－－）；

（2）－－．

解：（1）法一：原式＝＋＋＋＝（＋）＋（＋）＝＋＝．

法二：原式＝＋＋＋

＝＋（＋）＋＝＋＋＝＋**0**

＝．

（2）法一：原式＝－＝．

法二：原式＝－（＋）＝－＝．

探究点2：

向量的减法及其几何意义

例2：如图，已知向量***a***，***b***，***c***不共线，求作向量***a***＋***b***－***c***．



解：法一：如图①，在平面内任取一点*O*，作＝***a***，＝***b***，＝***c***，连接*BC*，

则＝***b***－***c***．

过点*A*作*AD*綊*BC*，连接*OD*，

则＝***b***－***c***，

所以＝＋＝***a***＋***b***－***c***．

法二：如图②，在平面内任取一点*O*，作＝***a***，＝***b***，

连接*OB*，则＝***a***＋***b***，再作＝***c***，连接*CB*，

则＝***a***＋***b***－***c***．

法三：如图③，在平面内任取一点*O*，

作＝***a***，＝***b***，连接*OB*，

则＝***a***＋***b***，再作＝***c***，连接*OC*，

则＝***a***＋***b***－***c***．



探究点3：

用已知向量表示其他向量

例3：如图所示，四边形*ACDE*是平行四边形，点*B*是该平行四边形外一点，且＝***a***，＝***b***，＝***c***，试用向量***a***，***b***，***c***表示向量，，．



解：因为四边形*ACDE*是平行四边形，

所以＝＝***c***，＝－＝***b***－***a***，

故＝＋＝***b***－***a***＋***c***．

三、学习小结

1．相反向量

（1）定义：与***a***长度相等，方向相反的向量，叫做***a***的相反向差，记作－***a***，并且规定，零向量的相反向量仍是零向量．

（2）结论

①－（－***a***）＝***a***，***a***＋（－***a***）＝（－***a***）＋***a***＝**0**；

②如果***a***与***b***互为相反向量，那么***a***＝－***b***，***b***＝－***a***，***a***＋***b***＝**0**．

2．向量的减法

（1）向量***a***加上***b***的相反向量，叫做***a***与***b***的差，即***a***－***b***＝***a***＋（－***b***）．求两个向量差的运算叫做向量的减法．

（2）作法：在平面内任取一点*O*，作＝***a***，＝***b***，则向量＝***a***－***b***，如图所示．



（3）几何意义：***a***－***b***可以表示为从向量***b***的终点指向向量***a***的终点的向量．

四、精炼反馈

1．在△*ABC*中，*D*是*BC*边上的一点，则－等于（　　）

A． B．

C． D．

解析：选C．在△*ABC*中，*D*是*BC*边上一点，则由两个向量的减法的几何意义可得－＝．

2．化简：－＋－＋＝\_\_\_\_\_\_\_\_．

解析：原式＝＋＋＋＝＋＋＝**0**＋＝．

答案：

3．已知＝10，||＝7，则||的取值范围为\_\_\_\_\_\_．

解析：因为＝－，

所以||＝|－|．

又≤|－|≤||＋||，

3≤|－|≤17，

所以3≤||≤17．

答案：[3，17]

4．若*O*是△*ABC*所在平面内一点，且满足|－|＝|－＋－|，试判断△*ABC*的形状．

解：因为－＋－＝＋，－＝＝－．

又|－|＝|－＋－|，

所以|＋|＝|－|，所以以*AB*，*AC*为邻边的平行四边形的两条对角线的长度相等，所以该平行四边形为矩形，所以*AB*⊥*AC*，所以△*ABC*是直角三角形．

**【第三课时】**

向量的数乘运算

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **【学习重难点】** | **【学习目标】** | **【核心素养】** |
| 向量数乘运算的定义及运算律 | 理解向量数乘的定义及几何意义，掌握向量数乘的运算律 | 数学抽象、直观想象 |
| 向量共线定理 | 掌握向量共线定理，会判断或证明两个向量共线 | 逻辑推理 |

**【学习过程】**

一、问题导学

预习教材内容，思考以下问题：

1．向量数乘的定义及其几何意义是什么？

2．向量数乘运算满足哪三条运算律？

3．向量共线定理是怎样表述的？

4．向量的线性运算是指的哪三种运算？

二、新知探究

探究1：

向量的线性运算

例1：（1）计算：

①4（***a***＋***b***）－3（***a***－***b***）－8***a***；

②（5***a***－4***b***＋***c***）－2（3***a***－2***b***＋***c***）；

③．

（2）设向量***a***＝3***i***＋2***j***，***b***＝2***i***－***j***，求－＋（2***b***－***a***）．

解：（1）①原式＝4***a***＋4***b***－3***a***＋3***b***－8***a***

＝－7***a***＋7***b***．

②原式＝5***a***－4***b***＋***c***－6***a***＋4***b***－2***c***

＝－***a***－***c***．

③原式＝

＝

＝***a***－***b***．

（2）原式＝***a***－***b***－***a***＋***b***＋2***b***－***a***

＝***a***＋***b***

＝－***a***＋***b***＝－（3***i***＋2***j***）＋（2***i***－***j***）

＝***i***＋***j***

＝－***i***－5***j***．

探究点2：

向量共线定理及其应用

例2：已知非零向量***e***1，***e***2不共线．

（1）如果＝***e***1＋***e***2，＝2***e***1＋8***e***2，＝3（***e***1－***e***2），求证：*A*、*B*、*D*三点共线；

（2）欲使*k****e***1＋***e***2和***e***1＋*k****e***2共线，试确定实数*k*的值．

解：（1）证明：因为＝***e***1＋***e***2，＝＋＝2***e***1＋8***e***2＋3***e***1－3***e***2＝5（***e***1＋***e***2）＝5．

所以，共线，且有公共点*B*，

所以*A*、*B*、*D*三点共线．

（2）因为*k****e***1＋***e***2与***e***1＋*k****e***2共线，

所以存在实数*λ*，使*k****e***1＋***e***2＝*λ*（***e***1＋*k****e***2），

则（*k*－*λ*）***e***1＝（*λk*－1）***e***2，

由于***e***1与***e***2不共线，只能有

所以*k*＝±1．

探究点3：

用已知向量表示其他向量

例3：如图，*ABCD*是一个梯形，∥且||＝2||，*M*，*N*分别是*DC*，*AB*的中点，已知＝***e***1，＝***e***2，试用***e***1，***e***2表示下列向量．

（1）＝\_\_\_\_\_\_\_\_；

（2）＝\_\_\_\_\_\_\_\_．



解析：因为∥，||＝2||，

所以＝2，＝．

（1）＝＋＝***e***2＋***e***1．

（2）＝＋＋

＝－－＋

＝－***e***1－***e***2＋***e***1＝***e***1－***e***2．

答案：（1）***e***2＋***e***1

（2）***e***1－***e***2

互动探究

变条件：在本例中，若条件改为＝***e***1，＝***e***2，试用***e***1，***e***2表示向量．

解：因为＝＋＋，

＝＋＋，

所以2＝（＋）＋＋＋（＋）．

又因为*M*，*N*分别是*DC*，*AB*的中点，

所以＋＝**0**，＋＝**0**．

所以2＝＋，

所以＝（－－）＝－***e***2－***e***1．

三、学习小结

1．向量的数乘的定义

一般地，规定实数*λ*与向量***a***的积是一个向量，这种运算叫做向量的数乘，记作*λ****a***，它的长度与方向规定如下：

（1）|*λ****a***|＝|*λ*||***a***|．

（2）当*λ*＞0时，*λ****a***的方向与***a***的方向相同；当*λ*＜0时，*λ****a***的方向与***a***的方向相反；当*λ*＝0时，*λ****a***＝**0**．

2．向量数乘的运算律

设*λ*，*μ*为实数，那么：

（1）*λ*（*μ****a***）＝（*λμ*）***a***．

（2）（*λ*＋*μ*）***a***＝*λ****a***＋*μ****a***．

（3）*λ*（***a***＋***b***）＝*λ****a***＋*λ****b***．

3．向量的线性运算及向量共线定理

（1）向量的加、减、数乘运算统称为向量的线性运算．对于任意向量***a***，***b***，以及任意实数*λ*，*μ*1，*μ*2，恒有*λ*（*μ*1***a***±*μ*2***b***）＝*λμ*1***a***±*λμ*2***b***．

（2）向量***a***（***a***≠**0**）与***b***共线的充要条件是：存在唯一一个实数*λ*，使***b***＝*λ****a***．

四、精炼反馈

1．等于（　　）

A．2***a***－***b*** B．2***b***－***a***

C．***b***－***a*** D．***a***－***b***

解析：选B．原式＝（2***a***＋8***b***）－（4***a***－2***b***）＝***a***＋***b***－***a***＋***b***＝－***a***＋2***b***．

2．若点*O*为平行四边形*ABCD*的中心，＝2***e***1，＝3***e***2，则***e***2－***e***1＝（　　）

A． B．

C． D．

解析：选A．＝－＝－＝3***e***2－2***e***1，＝＝***e***2－***e***1．

3．已知***e***1，***e***2是两个不共线的向量，若＝2***e***1－8***e***2，＝***e***1＋3***e***2，＝2***e***1－***e***2，求证*A*，*B*，*D*三点共线．

证明：因为＝***e***1＋3***e***2，＝2***e***1－***e***2，

所以＝－＝***e***1－4***e***2．

又＝2***e***1－8***e***2＝2（***e***1－4***e***2），所以＝2，所以与共线．

因为*AB*与*BD*有交点*B*，所以*A*，*B*，*D*三点共线．

**【第四课时】**

向量的数量积

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **【学习重难点】** | **【学习目标】** | **【核心素养】** |
| 向量的夹角 | 理解平面向量夹角的定义，并会求已知两个非零向量的夹角 | 直观想象、数学运算 |
| 向量数量积的含义 | 理解平面向量数量积的含义并会计算 | 数学抽象、数学运算 |
| 投影向量 | 理解***a***在***b***上的投影向量的概念 | 数学抽象 |
| 向量数量积的性质和运算律 | 掌握平面向量数量积的性质及其运算律，并会应用 | 数学运算、逻辑推理 |

**【学习过程】**

一、问题导学

预习教材内容，思考以下问题：

1．什么是向量的夹角？

2．数量积的定义是什么？

3．投影向量的定义是什么？

4．向量数量积有哪些性质？

5．向量数量积的运算有哪些运算律？

二、新知探究

探究点1：

平面向量的数量积运算

例1：（1）已知|***a***|＝6，|***b***|＝4，***a***与***b***的夹角为60°，求（***a***＋2***b***）·（***a***＋3***b***）．



（2）如图，在▱*ABCD*中，||＝4，||＝3，∠*DAB*＝60°，求：

①·；②·．

解：（1）（***a***＋2***b***）·（***a***＋3***b***）

＝***a·a***＋5***a·b***＋6***b·b***

＝|***a***|2＋5***a·b***＋6|***b***|2

＝|***a***|2＋5|***a***||***b***|cos 60°＋6|***b***|2

＝62＋5×6×4×cos 60°＋6×42＝192．

（2）①因为∥，且方向相同，

所以与的夹角是0°，

所以·＝||||·cos 0°＝3×3×1＝9．

②因为与的夹角为60°，

所以与的夹角为120°，

所以·＝||||·cos 120°

＝4×3×＝－6．

互动探究：

变问法：若本例（2）的条件不变，求·．

解：因为＝＋，＝－，

所以·＝（＋）·（－）

＝2－2＝9－16＝－7．

探究点2：

向量模的有关计算

例2：（1）已知平面向量***a***与***b***的夹角为60°，|***a***|＝2，|***b***|＝1，则|***a***＋2***b***|＝（　　）

A． B．2

C．4 D．12

（2）向量***a***，***b***满足|***a***|＝1，|***a***－***b***|＝，***a***与***b***的夹角为60°，则|***b***|＝（　　）

A． B．

C． D．

解析：（1）|***a***＋2***b***|＝＝

＝

＝ ＝2．

（2）由题意得|***a***－***b***|2＝|***a***|2＋|***b***|2－2|***a***||***b***|·cos 60°＝，即1＋|***b***|2－|***b***|＝，解得|***b***|＝．

答案：（1）B

（2）B

探究点3：

向量的夹角与垂直

命题角度一：求两向量的夹角

例3：（1）已知|***a***|＝6，|***b***|＝4，（***a***＋2***b***）·（***a***－3***b***）＝－72，则***a***与***b***的夹角为\_\_\_\_\_\_\_\_；

（2）（2019·高考全国卷Ⅰ改编）已知非零向量***a***，***b***满足|***a***|＝2|***b***|，且（***a***－***b***）⊥***b***，则***a***与***b***的夹角为\_\_\_\_\_\_．

解析：（1）设***a***与***b***的夹角为*θ*，（***a***＋2***b***）·（***a***－3***b***）＝***a***·***a***－3***a***·***b***＋2***b***·***a***－6***b***·***b***

＝|***a***|2－***a***·***b***－6|***b***|2

＝|***a***|2－|***a***||***b***|cos *θ*－6|***b***|2

＝62－6×4×cos *θ*－6×42＝－72，

所以24cos *θ*＝36＋72－96＝12，

所以cos *θ*＝．

又因为*θ*∈，所以*θ*＝．

（2）设***a***与***b***的夹角为*θ*，由（***a***－***b***）⊥***b***，得（***a***－***b***）·***b***＝0，所以***a***·***b***＝***b***2，所以cos *θ*＝．又因为|***a***|＝2|***b***|，

所以cos *θ*＝＝．

又因为*θ*∈[0，π]，所以*θ*＝．

答案：（1）

（2）

命题角度二：证明两向量垂直

例4：已知***a***，***b***是非零向量，当***a***＋*t****b***（*t*∈**R**）的模取最小值时，求证：***b***⊥（***a***＋*t****b***）．

证明：因为|***a***＋*t****b***|＝＝＝，

所以当*t*＝－＝－时，|***a***＋*t****b***|有最小值．

此时***b***·（***a***＋*t****b***）＝***b·a***＋*t****b***2＝***a·b***＋·|***b***|2

＝***a·b***－***a·b***＝0．所以***b***⊥（***a***＋*t****b***）．

命题角度三：利用夹角和垂直求参数

例5：（1）已知***a***⊥***b***，|***a***|＝2，|***b***|＝3且向量3***a***＋2***b***与*k****a***－***b***互相垂直，则*k*的值为（　　）

A．－ B．

C．± D．1

（2）已知***a***，***b***，***c***为单位向量，且满足3***a***＋*λ****b***＋7***c***＝**0**，***a***与***b***的夹角为，则实数*λ*＝\_\_\_\_\_\_\_\_．

解析：（1）因为3***a***＋2***b***与*k****a***－***b***互相垂直，

所以（3***a***＋2***b***）·（*k****a***－***b***）＝0，

所以3*k****a***2＋（2*k*－3）***a·b***－2***b***2＝0．

因为***a***⊥***b***，所以***a***·***b***＝0，

又|***a***|＝2，|***b***|＝3，

所以12*k*－18＝0，*k*＝．

（2）由3***a***＋*λ****b***＋7***c***＝**0**，可得7***c***＝－（3***a***＋*λ****b***），

即49***c***2＝9***a***2＋*λ*2***b***2＋6*λ****a***·***b***，

而***a***，***b***，***c***为单位向量，

则***a***2＝***b***2＝***c***2＝1，

则49＝9＋*λ*2＋6*λ*cos ，

即*λ*2＋3*λ*－40＝0，解得*λ*＝－8或*λ*＝5．

答案：（1）B

（2）－8或5

三、学习小结

1．两向量的夹角

（1）定义：已知两个非零向量***a***，***b***，*O*是平面上的任意一点，作＝***a***，＝***b***，则∠*AOB*＝*θ*（0≤*θ*≤π）叫做向量***a***与***b***的夹角．



（2）特例：①当*θ*＝0时，向量***a***与***b***同向；

②当*θ*＝时，向量***a***与***b***垂直，记作***a***⊥***b***；

③当*θ*＝π时，向量***a***与***b***反向．

2．向量的数量积

已知两个非零向量***a***与***b***，它们的夹角为*θ*，把数量|***a***||***b***|cos\_\_*θ*叫做向量***a***与***b***的数量积（或内积），记作***a***·***b***，即***a***·***b***＝|***a***||***b***|cos\_\_*θ*．

规定零向量与任一向量的数量积为0．

3．投影向量

如图（1），设***a***，***b***是两个非零向量，＝***a***，＝***b***，我们考虑如下变换：过的起点*A*和终点*B*，分别作所在直线的垂线，垂足分别为*A*1，*B*1，得到，我们称上述变换为向量***a***向向量***b***投影（project），叫做向量*a*在向量*b*上的投影向量．



如图（2），在平面内任取一点*O*，作＝***a***，＝***b***，过点*M*作直线*ON*的垂线，垂足为*M*1，则就是向量***a***在向量***b***上的投影向量．



（2）若与***b***方向相同的单位向量为***e***，***a***与***b***的夹角为*θ*，则＝|***a***|cos*θ* ***e***．

4．向量数量积的性质

设***a***，***b***是非零向量，它们的夹角是*θ*，***e***是与***b***方向相同的单位向量，则

（1）***a***·***e***＝***e***·***a***＝|***a***|cos *θ*．

（2）***a***⊥***b***⇔***a·b***＝0．

（3）当***a***与***b***同向时，***a·b***＝|***a***||***b***|；

当***a***与***b***反向时，***a·b***＝－|***a***||***b***|．特别地，***a·a***＝|***a***|2或|***a***|＝．

（4）|***a·b***|≤|***a***||***b***|．

5．向量数量积的运算律

（1）***a·b***＝***b·a***（交换律）．

（2）（*λ****a***）·***b***＝*λ*（***a·b***）＝***a***·（*λ****b***）（结合律）．

（3）（***a***＋***b***）·***c***＝***a·c***＋***b·c***（分配律）．

四、精炼反馈

1．已知向量***a***，***b***满足|***a***|＝1，|***b***|＝4，且***a·b***＝2，则***a***与***b***的夹角*θ*为（　　）

A． B．

C． D．

解析：选C．由题意，知***a·b***＝|***a***||***b***|cos *θ*＝4cos *θ*＝2，所以cos *θ*＝．又0≤*θ*≤π，所以*θ*＝．

2．已知|***a***|＝|***b***|＝1，***a***与***b***的夹角是90°，***c***＝2***a***＋3***b***，***d***＝*k****a***－4***b***，***c***与***d***垂直，则*k*的值为（　　）

A．－6 B．6

C．3 D．－3

解析：选B．因为***c·d***＝0，所以（2***a***＋3***b***）·（*k****a***－4***b***）＝0，

所以2*k****a***2－8***a***·***b***＋3*k****a***·***b***－12***b***2＝0，

所以2*k*＝12，所以*k*＝6．

3．已知|***a***|＝3，|***b***|＝5，***a***·***b***＝－12，且***e***是与***b***方向相同的单位向量，则***a***在***b***上的投影向量为\_\_\_\_\_\_．

解析：设***a***与***b***的夹角*θ*，则

cos *θ*＝＝＝－，

所以***a***在***b***上的投影向量为|***a***|cos *θ*·***e***＝3×***e***

＝－***e***．

答案：－***e***

4．已知|***a***|＝1，|***b***|＝．

（1）若***a***∥***b***，求***a***·***b***；

（2）若***a***，***b***的夹角为60°，求|***a***＋***b***|；

（3）若***a***－***b***与***a***垂直，求***a***与***b***的夹角．

解：设向量***a***与***b***的夹角为*θ*．

（1）当***a***，***b***同向，即*θ*＝0°时，***a***·***b***＝；当***a***，***b***反向，即*θ*＝180°时，***a***·***b***＝－．

（2）|***a***＋***b***|2＝|***a***|2＋2***a***·***b***＋|***b***|2＝3＋，|***a***＋***b***|＝．

（3）由（***a***－***b***）·***a***＝0，得***a***2＝***a***·***b***，cos *θ*＝＝，又*θ*∈[0，180°]，故*θ*＝45°．