**微专题3.4：弹簧的动力学和能量观**

**一、必备知识：**

1.如图所示，从距弹簧顶端一定高度处自由落下的小球，从开始释放到弹簧的压缩量最大的过程中，则：

$(1)$分析小球的运动情况；

$(2)$指出小球在什么时候或什么位置速度最大、最小；

$(3)$指出小球在什么时候或什么位置加速度最大、最小。

**二、关键能力：**

2.如图所示，在倾角为$θ$的光滑斜面上有两个用轻质弹簧相连接的物块A、B，它们的质量分别为$m\_{A}$、$m\_{B}$，弹簧的劲度系数为k，C为一固定挡板。系统处于静止状态，现开始用一恒力F沿斜面方向拉物块A使之向上运动，重力加速度为g。

$(1)$求未施加恒力F时，物块B对挡板C的压力。

$(2)$求物块B刚要离开C时物块A的加速度a。

$(3)$求从开始到此时物块A的位移d。

**三、课前小练：**

3.蹦极”是一项非常刺激的体育运动。某人身系弹性绳自高空p点自由下落，图中a点是弹性绳的原长位置，c是人所到达的最低点，b是人静止悬吊时的位置，人在从p点下落到最低点c点的过程中，下列说法错误的是（）

A. 在pa段做自由落体运动，处于完全失重状态
B. 在ac段绳的拉力先小于人的重力后大于人的重力，速度先增大后减小，加速度先减小后增大
C. 在b点速度最大，加速度为零
D. 在c点，速度为零，处于平衡状态

4.如图所示，质量均为*m*的木块*A*和*B*用劲度系数为*k*的轻质弹簧连接，*A*和*B*均处于静止状态，现用大小为、方向竖直向上的恒力拉A直到B刚好离开地面，则在此过程中（）

A. 弹簧对*A*和对B的弹力是一对作用力和反作用力
B. 物块*A*上升的初始加速度大小为3 g
C. 物块*A*上升的高度为
D. 物块*A*上升的速度先增大后减小

5.（多选）如图所示，竖直放置的弹簧一端固定在地上，另一端连接物体*B*(视为质点$)$，保持静止，弹簧被压缩了*h*。另一个与*B*完全相同的物体*A*从弹簧原长位置静止释放自由落下，*A*与*B*发生完全非弹性碰撞$($但不粘连$)$，碰撞时间极短，重力加速度为*g*。则（）

A. 碰后瞬间两物体的速度为
B. 碰撞后两物体一起向下运动的最大位移大于*h*
C. 两物体反弹向上运动*A*不能再回到释放点
D. 两物体反弹向上运动时在碰撞点上方分开

6.如图所示，在光滑的水平面上，质量分别为$m\_{A}=1 kg$、$m\_{B}=3 kg$的滑块*A*、*B*中间有一轻质弹簧，弹簧与物块未拴接，现将弹簧压缩后用细线锁住，在*B*的右侧有一倾斜传送带，水平面与传送带通过一段长度可忽略不计的圆弧平滑连接。已知传送带两轮轴之间的距离$L=1.8 m$，传送带的倾角$θ=37°$，滑块*B*与传送带之间的动摩擦因数$μ=0.5$，重力加速度$g=10 m/s^{2}$，忽略传送带转轮的大小，不计空气阻力，滑块可视为质点。初始时，让传送带不转动，锁定滑块*A*让它静止不动，烧断细线，发现滑块B恰好能滑到传送带的最高点。$sin37°=0.6$，

取$\sqrt{2}=1.41$，$\sqrt{3}=1.73$。

$(1)$求烧断细线前弹簧存储的弹性势能$E\_{p}$；

$(2)$若烧断细线前，解除对滑块*A*的锁定，同时让传送带以恒定的速度$v\_{0}$顺时针转动，则要使烧断细线后滑块B能滑到传送带的最高点，求传送带的速度$v\_{0}$的最小值。$($计算结果保留2位有效数字$)$





**四、课堂精练：**

7.如图所示，弹簧左端固定，右端自由伸长到O点并与物体m相连，现将弹簧压缩到A点，然后释放，物体向右最远运动到B点，如果物体受到的阻力恒定，则（）

A. 物体从A到O先加速后减速
B. 物体从A到O加速运动，从O到B减速运动
C. 物体运动到O点时所受合力为0
D. 物体从A到O的过程加速度逐渐变小

8.如图所示，质量分别为和的木块之间用轻弹簧相连，在拉力*F*的作用下，一起以加速度*g*竖直向上做匀加速直线运动，某时刻突然撤去拉力*F*，设此时和的加速度分别为$a\_{A}$和$a\_{B}$，规定竖直向上为正方向，则（）

1. B. 
C. D.

9.（多选）如下图所示，半径为$R=1.6m$的四分之一圆弧轨道竖直固定在水平面上，底端与水平面平滑连接。质量分别为*5m*、*3m*的物体B和C用一水平轻弹簧连接后放在水平面上，其中物体B刚好位于圆弧轨道的圆心*O*正下方。质量为m的物体A从与圆心O等高的位置沿圆弧轨道由静止释放，经过一段时间A与B发生碰撞，碰后A沿原路返回。运动的最高点距离水平面的高度为$h=0.1m$。假设A，B、C三个物体均可视为质点，一切摩擦和阻力均可忽略不计，弹簧始终处于弹性限度内，$m=1kg$，重力加速度g取$10m/s^{2}$。下列说法正确的是（）

A. A、B碰后瞬间，A的速度大小为
B. A、B相互作用的过程中，A对B的冲量大小为
C. 弹簧弹性势能的最大值为
D. 碰后C的最大速度应为

10.如图所示，在粗糙水平面上有两个质量均为m的木块A和B，中间用劲度系数为k的轻弹簧连接，木块与地面之间的动摩擦因数均为$μ;$现用一水平向右的恒力F拉木块B，使两木块一起做匀加速运动。
$(1)$求A和B的加速度大小为多少？

$(2)$求做匀加速过程中弹簧的形变量？

**五、课后巩固：**

11.（多选）如下图所示，小球*A*和小球*B*由轻弹簧连接，置于光滑水平面上，一颗质量为$0.02kg$的子弹，以大小为$500m/s$的水平速度射入小球*A*，并在极短时间内嵌在其中。已知小球*A*的质量为$0.98kg$，小球*B*的质量为3kg，小球*A*和小球*B*始终未发生碰撞，弹簧始终在弹性限度内，下列说法正确的是（）

A. 子弹射入小球*A*后，小球$A($含子弹$)$和小球*B*组成的系统动量守恒
B. 子弹射入小球*A*的过程中，小球*A*和子弹的总动能保持不变
C. 弹簧的弹性势能最大值为37.5J
D. 弹簧的弹性势能最大值为75J

12.如图所示，质量为*m*的长木板静止在光滑水平面上，轻弹簧放在长木板上，一端与长木板右端的固定挡板相连，长木板与挡板的总质量为*m*，一个质量为的物块从长木板的左端以大小为$v\_{0}$的速度滑上长木板，当物块再次滑到长木板的左端时，物块与长木板相对静止；则（）

A. 物块与长木板相对静止时，弹簧的弹性势能一定为零
B. 弹簧被压缩时具有的最大弹性势能为
C. 物块与木板间因摩擦产生的热量为

D. 物块先向右做减速运动，后向左做加速运动$($物块有可能有向左加速过程$)$

**微专题3.4：弹簧的动力学和能量观答案**

1.【答案】

$(1)$先做自由落体运动，然后做加速度减小的加速运动，最后做加速度增加的减速运动

$(2)$在重力等于弹力时速度最大，最后弹簧压缩量最大时速度最小为0

$(3)$在空中加速度为重力加速度，与弹簧接触后压缩量最大时加速度最大，在重力等于弹力时加速度最小

2.【答案】

解：$(1)$未施加恒力F时，系统处于静止状态，
对物块*A*、*B*整体，由平衡条件得：$F\_{N}=\left(m\_{A}+m\_{B}\right)gsinθ$
根据牛顿第三定律得物块*B*对挡板*C*的压力$F\_{N}^{'}=F\_{N}=\left(m\_{A}+m\_{B}\right)gsinθ$*；*
$(2)$令$x\_{1}$表示未加F时弹簧的压缩量，由胡克定律和共点力平衡条件可知：$ \_{m\_{A}g}sinθ=kx\_{1}①$

令$x\_{2}$表示*B*刚要离开*C*时弹簧的伸长量，a表示此时A的加速度，由胡克定律和牛顿定律可知：$kx\_{2}=\_{m\_{B}g}sinθ②F-\_{m\_{A}g}sinθ-kx\_{2}=\_{m\_{A}a}③$；由$②③$式可得$a=\frac{F-(m\_{A}+m\_{B})gsinθ}{m\_{A}}④$
即物块*B*刚要离开*C*时物块*A*的加速度为$\frac{F-(m\_{A}+m\_{B})gsinθ}{m\_{A}}$；

$(3)$由题意：$d=x\_{1}+x\_{2}⑤$；由$①②⑤$式可得$d=\frac{(m\_{A}+m\_{B})gsinθ}{k}$；从开始到此时物块*A*的位移*d*为$\frac{(m\_{A}+m\_{B})gsinθ}{k}$。

3.【答案】*D*
*A.a*点是弹性绳的原长位置，故*a*点之前人只受重力，人做自由落体运动，处于完全失重状态，故*A*正确；*B*.在*ac*段绳的拉力先小于人的重力后大于人的重力，由牛顿第二定律知加速度先减小后增大，物体先加速运动，后减速运动，所以速度先增大后减小，故*B*正确*；C.b*是人静止悬吊时的位置，所以此点拉力等于重力，此位置加速度为零，速度最大，故*C*正确；*D.*c是人所到达的最低点，故*c*点速度为零，但受到合力不为零，有向上的加速度，故*D*错误。
4.【答案】*C*

*A*、一对作用力和反作用力是两个物体之间的相互作用力，弹簧对*A*和对*B*的弹力存在三个物体之间，不是一对作用力和反作用力，故*A*错误；*C、A*未加力*F*时，受力平衡，此时弹簧压缩量为$x\_{1}$，由平衡条件得：$mg=kx\_{1}$，
B刚好离开地面时弹簧的伸长量为$x\_{2}$，由平衡条件得：$mg=kx\_{2}$；则物块*A*上升的最大高度为：$x=x\_{1}+x\_{2}$，可得：$x=\frac{2mg}{k}$，故*C*正确；*B、A*上升的初始受重力，弹簧弹力和拉力，由牛顿第二定律得：$F+kx\_{1}-mg=ma$，又$F=2mg$。可得，*A*上升的初始加速度大小$a=2g$，故*B*错误；*D、A*上升过程弹簧压缩量先减小，由其受力分析可知，此时合力向上减小，做加速度减小的加速运动；当弹簧恢复原长时，此时由受力可知，*A*的加速度大小等于*g*，方向竖直向上；后弹簧被拉长，伸长量增加，弹力向下逐渐增大，合力仍向上且减小，所以物体继续加速上升，整个过程速度一直增大，故*D*错误。
5.【答案】*ABC*
*A*.根据机械能守恒可得$\frac{1}{2}mv^{2}=mgh$，可得*A*与*B*发生完碰撞前$v=\sqrt{2gh}$，碰后$mv=2mv\_{1}$，得碰后瞬间两物体的速度为$v\_{1}=\frac{\sqrt{2gh}}{2}$，故*A*正确；*B*.由题意有$mg=kh$，碰撞后，*A*与*B*一起加速向下运动，到2*h*处，有$2kh=2mg$，即此时整体所受合外力为零，可知此时整体的速度达到最大，并继续往下运动，则可知碰撞后两物体一起向下运动的最大位移大于*h*，故*B*正确；*C*.由于*A*与*B*碰撞是完全非弹性碰撞，有机械能损失，所以*A*不能再回到释放点，故*C*正确；*D*.如果*A*与*B*要分开，则分开时，两物体有相同的加速度，两物体接触但相互作用的弹力为零，对*A*有$mg=ma$，对$Bmg+kx=ma$，可得弹簧的弹力为零，即两物体在弹簧处于原长时分开，所以此题中两物体不会分开，故*D*错误。
6.【答案】

解：$(1)$设滑块B与弹簧脱离时的速度大小为*v*，根据题意可知，滑块脱离弹簧之后在水平面上匀速运动，在传送带上做匀减速运动。滑块*B*在传送带上运动时，根据匀变速直线运动规律有$v^{2}=2aL$;

其中$a=gsinθ+μgcosθ=10m/s^{2}$
解得$v=6.0m/s$；
烧断细线后，根据能量守恒有$E\_{p}=\frac{1}{2}m\_{B}v^{2}=54 J$
$(2)$烧断细线后，在两滑块脱离弹簧的过程，系统动量守恒，有$m\_{A}v\_{A}=m\_{B}v\_{B}$；
根据机械能守恒有$E\_{p}=\frac{1}{2}m\_{A}v\_{A}^{2}+\frac{1}{2}m\_{B}v\_{B}^{2}$；解得$v\_{B}=3.0m/s$；
设传送带的速度$v\_{0}$的最小值为$v\_{min}(v\_{min}<v\_{B})$，则当滑块B的速度大于传送带的速度时，滑动摩擦力的方向沿斜面向下；当滑块B的速度小于传送带的速度时，滑动摩擦力的方向沿斜面向上；滑块B滑到传送带的最高点时的速度为零。
当滑动摩擦力的方向沿斜面向下时，有$v\_{B}^{2}-v\_{min}^{2}=2a\_{1}L\_{1}$；
其中$a\_{1}=gsinθ+μgcosθ=10m/s^{2}$
当滑动摩擦力的方向沿斜面向上时，有$v\_{min}^{2}=2a\_{2}L\_{2}$
其中$a\_{2}=gsinθ-μgcosθ=2m/s^{2}$；
结合$L\_{1}+L\_{2}=L$
解得$v\_{min}=\frac{3}{2}\sqrt{3}m/s=2.6 m/s$。

7.【答案】*A*

【解析】解：*A、B*物体从*A*点到*O*点过程，弹力逐渐减为零，刚开始弹簧的弹力大于摩擦力，合力向右，加速度也向右，速度也向右，物体加速，后来弹力小于摩擦力，合力向左，速度向右，物体减速。即物体先加速后减速，故*A*正确，*B*错误；*C*、物体运动到*O*点时，弹簧的弹力为零，而滑动摩擦力不为零，则物体所受合力不为零。故*C*错误。*D*、物体从*A*点至*O*点先做加速度不断减小的加速运动，后做加速度不断增大的减速运动，故*D*错误；

8.【答案】*C*
对*A*受力分析：撤掉*F*后，由于弹簧形变量没有变化，故弹力不变，*A*只受重力和弹力，因此*A*的受力不变，故其加速度不变仍为$a\_{A}=g$，
对*B*受力分析：*B*由原来受*F*，重力，弹力，由牛顿第二定律：$F-m\_{2}g-F\_{弹}=m\_{2}g$，撤掉*F*后，*B*只受重力和弹力，由牛顿第二定律：$-m\_{2}g-F\_{弹}=m\_{2}a\_{B}$；对A：$F\_{弹}-m\_{1}g=m\_{1}g$，解得：$F\_{弹}=2m\_{1}g$
联立得：$-m\_{2}g-2m\_{1}g=m\_{2}a\_{B}$；解得：$a\_{B}=-\frac{2m\_{1}+m\_{2}}{m\_{2}}g$ ，故*C*正确
9.【答案】*ACD*
$AB.$物体A运动到圆弧轨道最低点与物体B碰撞前的速度大小设为$v\_{1}$，去轨道的最低点的重力势能为零，根据机械能守恒定律得出$mgR=\frac{1}{2}mv\_{1}^{2}$，解得$v\_{1}=\sqrt{2gR}$，碰撞后瞬间物体*A*的速度大小设为$v\_{1}'$，同理得出$\frac{mgR}{16}=\frac{1}{2}mv\_{1}'^{2}$，解得$v\_{1}'=\frac{\sqrt{2gR}}{4}=\frac{\sqrt{2×10×1.6}}{4}=\sqrt{2}m/s$。设碰撞后*B*的速度大小为$v\_{2}$，取水平向右为正方向，对AB系统，根据动量守恒定律得出$mv\_{1}=-mv\_{1}'+5mv\_{2}$，得出$v\_{2}=\frac{\sqrt{2gR}}{4}$；根据动量定理得出，碰撞过程中，*A*对*B*的冲量大小为$I=5mv\_{2}=\frac{5}{4}m\sqrt{2gR}=\frac{5}{4}×\sqrt{2×10×1.6}m=5\sqrt{2}m$，故*A*正确，*B*错误；*C*.碰撞结束后，物体*B*与物体C的速度相等时弹簧储存的弹性势能最大，根据动量守恒定律得出$5mv\_{2}=8mv\_{3}$，根据机械能守恒定律得出$E\_{pm}=\frac{1}{2}×5mv\_{2}^{2}-\frac{1}{2}×8mv\_{3}^{2}$，解得$E\_{Pm}=\frac{15}{128}mgR=\frac{15}{8}J$，故*C*正确；*D*.对BC和弹簧组成的系统，当弹簧再次恢复到原长时，C的速度最大，根据动量守恒定律和机械能守恒定律有$8mv\_{3}=5mv\_{2}'+3mv\_{c}E\_{Pm}+\frac{1}{2}×8mv\_{3}^{2}=\frac{1}{2}×5m×v\_{2}'^{2}+\frac{1}{2}×3m×v\_{c}'^{2}$，解得$v\_{c}=\frac{5}{16}\sqrt{2gR}=\frac{5}{4}\sqrt{2}m/s$，故*D*正确。
10.【答案】解：$(1)$对*AB*整体应用牛顿第二定律
$2ma=F-2μmg①$；可得$a=\frac{\left(F-2μmg\right)}{2m}(2)$
对A应用牛顿第二定律得$ma=T-μmg②$
联立$①②$，约去$μ$；得弹簧拉力$T=\frac{F}{2}$；则弹簧伸长量$x=\frac{F}{2k}$

11.【答案】*AC*
*A*.小球$A($含子弹$)$和小球*B*组成的系统在水平方向上所受合外力为*0*，系统动量守恒，故*A*正确；
*B*.子弹射入小球*A*的过程要克服阻力做功，系统机械能有损失，小球*A*和子弹的总动能减小，故*B*错误；
$CD.$小球$A($含子弹$)$和小球*B*的速度相同时，系统的动能最小，此时弹簧的弹性势能最大，有$mv\_{0}=(m+M\_{A})v\_{1}=(m+M\_{A}+M\_{B})v\_{2}$，$E=\frac{1}{2}(m+M\_{A})v\_{1}^{2}-\frac{1}{2}(m+M\_{A}+M\_{B})v2^{2}$，解得$E=37.5J$，故*C*正确、*D*错误。
12.【答案】*D*
*A*.根据动量守恒可知，当弹簧的压缩量最大时，物块与长木板相对静止，此时弹簧的弹性势能不为*0*，故*A*错误；
*B*.当弹簧被压缩具有最大弹性势能时，物块与长木板有共同速度，设共同速度为*v*，则$\frac{1}{2}mv\_{0}=\left(\frac{1}{2}m+m\right)v$，根据能量守恒$Q+E\_{P}=\frac{1}{2}×\frac{1}{2}mv\_{0}^{2}-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}m+m\right)v^{2}$，由此可得弹簧被压缩时具有的最大弹性势能小于$\frac{1}{6}mv\_{0}^{2}$，故*B*正确；
*C*.当物块再次滑到长木板的左端时，物块与长木板相对静止，根据动量守恒可知，这时木块与长木板的共同速度也为v，这时有$2Q=\frac{1}{2}×\frac{1}{2}mv\_{0}^{2}-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}m+m\right)v$，物块与木板间因摩擦产生的热量为$2Q=\frac{1}{6}mv\_{0}^{2}$，故*C*正确；
*D*.物块与弹簧接触，物体先向右减速运动，速度减为零时，若弹簧向左的弹力大于木板向右的摩擦力，则物块向左加速，故*D*错误。