泉州七中2020---2021学年下学期高一数学限时训练(8) 2021.5.21

一、单选题（本大题共**8**小题，共**40.0**分）

1. 下列命题正确的是$(    )$

A. 如果两个平面有无数个公共点，那么它们相交或重合
B. 过两条异面直线中的一条可以作无数个平面与另一条直线平行
C. 如果两条平行直线中的一条与一个平面平行，那么另一条直线也与这个平面平行
D. 如果两个平面平行，那么分别在两个平面内的两条直线平行

1. 设*l*是直线，$α$、$β$是两个不同的平面，那么下列判断正确的是$($ $)$

A. 若$l//α$，$l//β$，则$α//β.$ B. 若$l//α$，$l⊥β$，则$α⊥β$．
C. 若$α⊥β$，$l⊥α$，则$l//β.$ D. 若$α⊥β$，$l//α$，则$l//β$．

1. 已知*a*，*b*是两条不同的直线，$α$，$β$是两个不同的平面，且$a⊂β$，$α⋂β=b$，则“$a//α$”是“$a//b$”的

A. 充要条件 B. 充分不必要条件 C. 必要不充分条件 D. 既不充分也不必要条件

1. 已知二面角$A-BC-D$，$A-CD-B$，$A-BD-C$的平面角都相等，则点*A*在平面*BCD*上的射影是$△BCD$的$(    )$

A. 内心 B. 外心 C. 垂心 D. 重心

1. 如图，已知六棱锥$P-ABCDEF$的底面是正六边形，$PA⊥$平面*ABC*，则下列结论正确的是$(    )$

A. $PB⊥AD$ B. 平面$PAB⊥$平面*PBC*
C. 直线$BC //$平面*PAE* D. 直线$CD⊥$平面*PAC*

1. 如图，在正方体$ABCD-A\_{1}B\_{1}C\_{1}D\_{1}$中，*E*为线段$A\_{1}C\_{1}$的中点，则异面直线*DE*与$B\_{1}C$所成角的大小为$($    $)$

A. $\frac{π}{3}$ B. $\frac{π}{4} $C. $\frac{π}{6} $D. $\frac{π}{12}$

1. 如图，点*P*在正方体$ \_{ABCD-A\_{1}B\_{1}C\_{1}D\_{1}}$的面对角线$BC\_{1}$上运动，则不正确的结论是$($   $)$

A. 三棱锥$A-D\_{1}PC$的体积不变 B. $A\_{1}P//$平面$ACD\_{1}$
C. $DP⊥BC\_{1} $D. 平面$PDB\_{1}⊥$平面$ACD\_{1}$

1. 如图，在棱长为1的正方体$ABCD-A\_{1}B\_{1}C\_{1}D\_{1}$中，若点$M,N$分别为线段$BD\_{1},CB\_{1}$上的动点，点*P*为底面*ABCD*上的动点，则$MN+MP$的最小值为$($    $)$

A. $\frac{2}{3} $B. $\frac{\sqrt{2}}{2} $C. $\frac{\sqrt{3}+1}{3} $D. 1

二、多选题（本大题共**4**小题，共**20.0**分）

1. 两条直线*a*，*b*满足$a//b$，$b⊂$平面$α$，则*a*与平面$α$的位置关系可以是$(    )$

A. $a//α$ B. *a*与$α$相交 C. *a*与$α$不相交 D. $a⊂α$

1. 如图是一个正方体的平面展开图，在原正方体中，给出下列四个结论，其中正确结论是$(    )$

A. *AB*与*CD*所在直线垂直 B. *CD*与*EF*所在直线平行
C. *AB*与*MN*所在直线成$60°$角 D. *MN*与*EF*所在直线异面

1. 如图所示，在四个正方体中，*l*是正方体的一条体对角线，点*M*，*N*，*P*分别为其所在棱的中点，能得出$l⊥$平面*MNP*的图形为$($   $)$

A. B. C. D.

1. 如图，在棱长为6的正方体$ABCD-A\_{1}B\_{1}C\_{1}D\_{1}$中，*E*为棱$DD\_{1}$上一点，且$DE=2,F$为棱$C\_{1}D\_{1}$的中点，点*G*是线段$BC\_{1}$上的动点，则$($    $)$

A. 无论点*G*在线段$BC\_{1}$上如何移动，都有$A\_{1}G⊥B\_{1}D$
B. 四面体$A-BEF$的体积为24 C. 直线*AE*与*BF*所成角的余弦值为$\frac{2\sqrt{10}}{15}$
D. 直线$A\_{1}G$与平面$BDC\_{1}$所成最大角的余弦值为$\frac{1}{3}$

三、单空题（本大题共4小题，共**20.0**分）

1. 正$△ABC$的三个顶点都在球*O*的球面上，$AB=AC=2$，若三棱锥$O-ABC$的体积为2，则该球的表面积为\_\_\_\_\_ ．
2. 正方体$ABCD-A\_{1}B\_{1}C\_{1}D$中，*E*是*BC*的中点，平面$α$经过直线*BD*且与直线$C\_{1}E$平行，若正方体的棱长为2，则平面$α$截正方体所得的多边形的面积为\_\_\_\_\_\_．

|  |
| --- |
|  |

1. 与空间四边形*ABCD*四个顶点距离相等的平面共有          个．
2. 如图，在一个底面边长为2，侧棱长为$\sqrt{10}$的正四棱锥中，大球$O\_{1}$内切于该四棱锥，小球$O\_{2}$与大球$O\_{1}$及四棱锥的四个侧面相切，则小球$O\_{2}$的体积为          ．



|  |
| --- |
|  |

四、解答题（本大题共**1**小题，共**12.0**分）

1. 如图所示，在长方形*ABCD*中，$AB=2$，$AD=1$，*E*为*CD*的中点，以*AE*为折痕，把$△DAE$折起到$△D'AE$的位置，且平面$D'AE⊥$平面*ABCE*．$(1)$求证：$AD'⊥BE$；$(2)$求四棱锥$D'-ABCE$的体积；

$(3)$在棱$ED'$上是否存在一点*P*，使得$D'B //$平面*PAC*，若存在，求出点*P*的位置，若不存在，请说明理由．

**答案和解析**

1.【答案】*A*

【解析】

【分析】
本题主要考查了线面平行的判定和性质，面面平行的性质，考查学生的推理能力，属于基础题．
根据题意由线面平行的判定和性质，面面平行的性质对各选项分别推导即可．
【解答】
解：对于$A.$如果两个平面有无数个公共点，那么它们相交或重合，故*A*正确；
对于*B*，把一条直线平移与另一条直线相交，那么两条相交直线确定一个平面，所以只有一个，而不是无数个，故*B*错误$;$
对于*C*，如果两条平行直线中的一条与一个平面平行，那么另一条直线与这个平面平行或者在这个平面内，故*C*错误$;$
对于*D*，将同一平面内的两条相交直线中的一条平移到另一个平面，则这两条直线不平行，故*D*错误．
故选*A*．
2.【答案】*B*

【解析】

【分析】
本题考查空间直线与平面的位置关系，考查线面平行、垂直的判定和性质，面面垂直的判定和性质，考查空间想象能力，属于中档题和易错题．
由线面平行的性质和面面平行的判定，即可判断*A*；由线面平行的性质定理和面面垂直的判定定理，即可判断*B*；由面面垂直的性质和线面的位置关系，即可判断*C*；
由面面垂直的性质定理和线面平行的性质，即可判断*D*．
【解答】
解：对于$A.$若$l//α$，$l//β$，则$α//β$或$α$，$β$相交，故*A*错；
对于$B.$若$l//α$，$l⊥β$，则由线面平行的性质定理，得过*l*的平面$γ∩α=m$，即有$m//l$，
$m⊥β$，再由面面垂直的判定定理，得$α⊥β$，故*B*对；
对于$C.$若$α⊥β$，$l⊥α$，则$l//β$或$l⊂β$，故*C*错；
对于$D.$若$α⊥β$，$l//α$，则*l*可能垂直、斜交或平行于平面$β$，若*l*平行于$α$，$β$的交线，则$l//β$，故*D*错．
故选*B*．
3.【答案】*A*

【解析】

【分析】
本题主要考查充分条件和必要条件的判断，考查线面平行的性质和判定定理，涉及空间中直线与直线，直线和平面，平面与平面的位置关系，属于基础题．
若$a//α$，根据线面平行的性质，可得$a//b$，
若$a//b$，根据线面平行的判定定理，可得$a//α$，进而得到$a//α$”是“$a//b$”的充要条件．
【解答】
解：若$a//α$，根据线面平行的性质，可得$a//b$，
若$a//b$，根据线面平行的判定定理，可得$a//α$，
故选*A*．
4.【答案】*A*

【解析】

【分析】
本题考查二面角的平面角，考查三角形内心的概念，属于基础题．
二面角$A-BC-D$，$A-CD-B$，$A-BD-C$的平面角都相等，可得点*A*在平面*BCD*上的射影到$△BCD$的三边的距离都相等，即可得出结论．
【解答】
解：$∵$二面角$A-BC-D$，$A-CD-B$，$A-BD-C$的平面角都相等，
$∴$点*A*在平面*BCD*上的射影到$△BCD$的三边的距离都相等，
$∴$点*A*在平面*BCD*上的射影是$△BCD$的内心，
故选：*A*．
5.【答案】*D*

【解析】

【分析】
本题主要考查线面、面面垂直的的判定和性质定理的运用，考查了线面平行的判定和性质，考查了空间想象能力，属于中档题．
对于选项*A*，根据线面垂直的判定定理和性质即可排除，
*B*选项，假设若平面$PAB⊥$平面*PBC*，根据面面垂直的性质进一步得出$BC⊥AB$，这与底面是正六边形不符，所以*B*不正确$;$
*C*选项，假设直线$BC//$平面*PAE*，根据线面平行的性质得出$BC//AE$，与已知矛盾，故排除，
*D*选项，$CD⊥PA$，$CD⊥AC$，进而可证直线$CD⊥$平面*PAC*，进而得出结果．
【解答】解：因为*AD*与*PB*在平面*ABC*内的射影*AB*不垂直，
所以*A*不正确$;$
过点*A*作*PB*的垂线，垂足为*H*，

若平面$PAB⊥$平面*PBC*，易证$AH⊥$平面*PBC*，
又$BC⊂$平面*PBC*，
所以$AH⊥BC$，
又$PA⊥BC$，*PA*、*AH*是平面*PAB*内相交直线，
所以$BC⊥$平面*PAB*，
又$AB⊂$平面*PAB*，
则$BC⊥AB$，这与底面是正六边形不符，所以*B*不正确$;$
若直线$BC//$平面*PAE*，$BC⊂$平面*ABCDEF*，平面$ABCDEF∩$平面$PAE=AE$，
则$BC//AE$，但*BC*与*AE*相交，
所以*C*不正确．

在*D*中，因为$PA⊥$平面*ABC*，$CD⊂$平面*ABC*，
所以$CD⊥PA$，

设$AB=1$，则$AD=2$，

在$△ABC$中，$AC=\sqrt{1+1-2×1×1cos120°}=\sqrt{3}$，

所以$AC^{2}+CD^{2}=AD^{2}$，所以$CD⊥AC$，
又$PA∩AC=A$，*PA*、$AC⊂$平面*PAC*，
所以直线$CD⊥$平面*PAC*，故*D*正确．

故选 *D*．
6.【答案】*C*

【解析】

【分析】

本题考查异面直线所成的角，找平面角是解决问题的关键，属基础题．
先找到异面直线*DE*与 $B\_{1}C$ 所成角的平面角或其补角，再求角，可得答案．

【解答】

解：连接$A\_{1}D$，则$A\_{1}D//B\_{1}C$，
故$∠A\_{1}DE$为异面直线*DE*与$B\_{1}C$所成角的平面角或其补角，
连接$DC\_{1}$，则$A\_{1}D=DC\_{1}$，
因为*E*为$A\_{1}C\_{1}$的中点，
故*DE*$⊥A\_{1}E$，
在$RtΔA\_{1}ED$中，
因为$A\_{1}E=\frac{1}{2}A\_{1}C\_{1}$，而$A\_{1}C\_{1}=A\_{1}D$，
所以在$RtΔA\_{1}ED$中，$A\_{1}E=\frac{1}{2}A\_{1}D$，
故$∠A\_{1}DE=\frac{π}{6}$，
故选：*C*．

7.【答案】*C*

【解析】

【分析】
本题主要考查命题真假的判断，解题时要注意三棱锥体积求法中的等体积法、线面平行、垂直的判定，要注意使用转化的思想，属于中档题．
利用空间中线线、线面、面面间的位置关系求解．
【解答】

解：对于*A*，由题意知$AD\_{1}//BC\_{1}$，
又$AD\_{1}⊂$平面$AD\_{1}C$，$BC\_{1}⊄$平面$AD\_{1}C$，
从而$BC\_{1}//$平面$AD\_{1}C$，
故*BC*$ \_{1}$上任意一点到平面$AD\_{1}C$的距离均相等，
所以以*P*为顶点，平面$AD\_{1}C$为底面，则三棱锥$A-D\_{1}PC$的体积不变，故*A*正确；
对于*B*，连接$A\_{1}B$，$A\_{1}C\_{1}$，

易知$A\_{1}C\_{1}//AC$，又$A\_{1}C\_{1}⊄$平面$AD\_{1}C$，$AC⊂$平面$AD\_{1}C$，故*A*$ \_{1}C\_{1}//$平面$AD\_{1}C$，
由*A*选项证明过程可知：$BC\_{1}//$平面$AD\_{1}C$，
又$A\_{1}C\_{1}∩BC\_{1}=C\_{1}$，且$A\_{1}C\_{1}$、$BC\_{1}⊂$平面$BA\_{1}C\_{1}$，
所以平面$BA\_{1}C\_{1}//$平面$ACD\_{1}$，
又$A\_{1}P⊂$平面$BA\_{1}C\_{1}$，故$A\_{1}P//$平面$ACD\_{1}$，故*B*正确；
对于*C*，由于$DC⊥$平面$BCC\_{1}B\_{1}$，又$BC\_{1}⊂$平面$BCC\_{1}B\_{1}$，所以$DC⊥BC\_{1}$，
若$DP⊥BC\_{1}$，又$DP∩DC=D$，*DP*、$DC⊂$平面*DPC*，则$BC\_{1}⊥$平面*DCP*，
又$PC⊂$平面*DCP*，故*BC*$ \_{1}⊥PC$，则*P*为$BC\_{1}$中点，与*P*为动点矛盾，故*C*错误；
对于*D*，连接$DB\_{1}$，*BD*，

易知$BB\_{1}⊥$平面*ABCD*，$AC⊂$平面*ABCD*，故*AC*$⊥BB\_{1}$，
又正方形*ABCD*中$AC⊥BD$，且$BD∩BB\_{1}=B$，*BD*、$BB\_{1}⊂$平面$BDB\_{1}$，
故*AC*$⊥$平面$BDB\_{1}$，
又$B\_{1}D⊂$平面$BDB\_{1}$，故*DB*$ \_{1}⊥AC$，
同理可得$DB\_{1}⊥AD\_{1}$，
又$AC∩AD\_{1}=A$，*AC*、$AD\_{1}⊂$平面$ACD\_{1}$，
可得$DB\_{1}⊥$平面$ACD\_{1}$，又$DB\_{1}⊂$平面$PDB\_{1}$，
故平面$PDB\_{1}⊥$平面$ACD\_{1}$，故*D*正确．
故选*C*．


8.【答案】*A*

【解析】

【试题解析】
【分析】
本题考查空间距离和的最值问题，属中高档题，先固定*M*，使*PM*，*NM*最小，则易知*P*应是*M*在*BD*上的射影，*N*应是*M*在$B\_{1}C$上的射影；利用线面垂直判定定理易知$BC\_{1}⊥$平面$BC\_{1}D\_{1}$，$∴N$应为$BC\_{1}$，$B\_{1}C$的交点*O*；将$△BDD\_{1}$和$△BC\_{1}D\_{1}$展开放到一个平面上，可得当*P*、*M*、*O*共线，且垂直于*BD*，时$PM+MN$最小时，利用正弦的二倍角公式求得$sin∠DBC\_{1}$的值，进而计算可得．
【解答】
解：首先当固定*M*时，*P*点应为*M*在平面*ABCD*中的射影，在*BD*上，且$MP⊥BD$于*P*，
为使*MN*最小，*MN*应当垂直与$B\_{1}C$，垂足为*N*，
连接$BC\_{1}$，设$BC\_{1}∩B\_{1}C=O$，则$BC\_{1}⊥B\_{1}C$，
由$D\_{1}C\_{1}⊥$平面$BCC\_{1}C\_{1}$得$D\_{1}C\_{1}⊥B\_{1}C$，
又$∵D\_{1}C\_{1}∩BC\_{1}=C\_{1}$，$∴B\_{1}C⊥$平面$BC\_{1}D\_{1}$，
由$MN⊥B\_{1}C$，$M\in $平面$BC\_{1}D\_{1}$，$∴MN⊂$平面$BC\_{1}D\_{1}$，
$∴N$应为$BC\_{1}$，$B\_{1}C$的交点*O*，
将$△BDD\_{1}$和$△BC\_{1}D\_{1}$展开放到一个平面上，如图所示：

转化为求折线*PMO*的最小值，显然最小时*P*、*M*、*O*共线，且垂直于*BD*，
如图所示$M\_{0}$，$P\_{0}$，$N\_{0}$，为使$PM+MN$最小时，*M*，*P*，*N*的位置．
显然$△BDD\_{1}$≌$△BC\_{1}D\_{1}$，$∴∠DBD\_{1}=∠C\_{1}BD\_{1}$，
$∴sin∠DBC\_{1}=sin2∠DBD\_{1}=2sin∠∠DBD\_{1}cos∠DBD\_{1}=2×\frac{1}{\sqrt{3}}×\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$，
$P\_{0}N\_{0}=\frac{\sqrt{2}}{2}×sin∠DBC\_{1}=\frac{\sqrt{2}}{2}×\frac{2\sqrt{2}}{3}=\frac{2}{3}$，
故选：*A*．
9.【答案】*ACD*

【解析】

【分析】
本题考查空间中直线和平面的位置关系，属基础题，
根据线面平行的判定定理和性质判断即可，
【解答】
解：由题意，两条直线*a*，*b*满足$a//b$，$b⊂$平面$α$，
则*a*与$α$的位置关系可以分为二种，*a*在平面$α$内，或者*a*在平面$α$外，
$①a$在平面外，由线面平行的判定定理，$a//α$，
当$a//α$，时*a*与$α$不相交，故*AB*正确，
$②a$在平面且$a//b$可以成立，故*D*正确．
根据以上判断，直线*a*与$α$的两种位置关系中，均没有*a*与$α$相交的可能，故*B*错误．
故选：*ACD*10.【答案】*CD*

【解析】

【分析】
本题考查了空间中直线与直线的位置关系，异面直线及其所成角，属于基础题．
根据空间中直线与直线的位置关系，异面直线及其所成角等知识，对选项逐一分析即可得出结果．
【解答】
解：画出原正方体如图所示，

连接*DN*，*DM*，由图可知*A*、*B*错误；

*AB* $//$ *DN*，$MN=DN=DM$，所以$△DMN$为等边三角形，

所以*C*中，*AB*与*MN*所在直线成$60°$角是正确的；

显然*D*中，*MN*与*EF*所在直线异面是正确的．

综上，*C*、*D*正确．
故选：*CD*．

11.【答案】*AD*

【解析】

【分析】
本题考查直线与平面垂直的判定，利用判定定理求解即可．
由直线与平面垂直的判定定理逐个判断．
【解答】
解：对*A*，如图，因为$MP⊥AB$，$MP⊥BC$，$AB∩BC=B$，*AB*、$BC⊂$平面*ABC*，所以$MP⊥$平面*ABC*，
而$l⊂$平面*ABC*，所以$l⊥MP$，同理$l⊥MN$，又$MP∩MN=M$，*MP*、*MN*$⊂$平面*MNP*，所以$l⊥$平面*MNP*，*A*正确；
对*B*，如图，延长*MP*和*AR*相较于*Q*，连*NQ*，若$l⊥$平面*MNP*，则$l⊥NQ$，从而$AB⊥NQ$显然不成立，*B*错误；
对*C*，过*P*，*M*，*N*的截面补全就是如图正六边形，平面*MNP*显然不成立，*C*错误；
对*D*，显然$l⊥MN$，同上易证$l⊥MP$，又$MP∩MN=M$，*MP*、$MN⊂$平面*MNP*，所以$l⊥$平面*MNP*，*D*正确，
故选*AD*．

12.【答案】*ABD*

【解析】

【分析】
本题考查正方体的结构特征，空间中直线与直线的位置关系，异面直线所成角，直线与平面所成角，棱锥体积的计算，考查空间想象能力和转化思想，属于较难题．
根据空间中直线与直线的位置关系，异面直线所成角，直线与平面所成角，棱锥体积的计算公式对选项逐一判断即可．
【解答】
解：对于*A*，在正方体$ABCD-A\_{1}B\_{1}C\_{1}D\_{1}$中，易证$DB\_{1}⊥$平面$A\_{1}BC\_{1}$，又$A\_{1}G⊂$平面$A\_{1}BC\_{1}$，所以$A\_{1}G⊥B\_{1}D$，故*A*正确；
对于*B*，$∵C\_{1}D\_{1}//AB$，$C\_{1}D\_{1}⊂$平面*ABE*，$AB⊂$平面*ABE*，
$∴C\_{1}D\_{1}//$平面*ABE*，$∴F$到平面*ABE*的距离等于$D\_{1}$到平面*ABE*的距离，
$$∴V\_{A-BEF}=V\_{F-ABE}=V\_{D\_{1}-ABE}=V\_{B-AED\_{1}}$$

$=\frac{1}{3}×\frac{1}{2}×4×6×6=24$，故*B*正确；
对于*C*，在棱$CC\_{1}$上取点*N*，使$CN=2$，连结*BN*，*NE*，$FN($如图$)$，

则易知$∠FBN$为直线*AE*与*BF*所成角或其补角，
由题意可得$BN=2\sqrt{10}$，$FN=5$，$FB=9$，
则$cos∠FBN=\frac{(2\sqrt{10})^{2}+9^{2}-5^{2}}{2×9×2\sqrt{10}}=\frac{8}{3\sqrt{10}}=\frac{4\sqrt{10}}{15}$，
则直线*AE*与*BF*所成角的余弦值为$\frac{4\sqrt{10}}{15}$，故*C*错误；
对于*D*，由题意知三棱锥$A\_{1}-BDC\_{1}$为棱长为$6\sqrt{2}$的正四面体，
作$A\_{1}O⊥$平面$BDC\_{1}$，*O*为垂足，
则*O*为正$△BDC\_{1}$的中心，且$∠A\_{1}GO$为直线$A\_{1}G$与平面$BDC\_{1}$所成角，
所以$cos∠A\_{1}GO=\frac{OG}{A\_{1}G}=\sqrt{1-\frac{A\_{1}O^{2}}{A\_{1}G}}$，
当点*G*移动到$BC\_{1}$的中点时，$A\_{1}G$最短，
此时$cos∠A\_{1}GO$最小，$∠A\_{1}GO$最大，
此时$cos∠A\_{1}GO=\frac{OG}{A\_{1}G}=\frac{\sqrt{6}}{3\sqrt{6}}=\frac{1}{3}$，故*D*正确．
故选*ABD*．
13.【答案】

【解析】

【分析】
本题主要考查的是球的表面积和体积的有关知识，根据题意求出正$△ABC$的面积以及点*O*到底面的距离，再求出球的半径，即可求出球的表面积．
【解答】
解：正$△ABC$的三个顶点都在以*O*为球心的球面上，
且$AB=AC=BC=2$，
取*BC*中点*D*，连结*AD*，*OD*，
过*O*作$OE⊥$平面*ABC*，则$OE∩AD=E$，如图所示；

$∴AD=\sqrt{2^{2}-1^{2}}=\sqrt{3}$，
$AE=\frac{2}{3}AD=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，
$S\_{△ABC}=\frac{1}{2}BC⋅AD=\frac{1}{2}×2×\sqrt{3}=\sqrt{3}$，
$∵$三棱锥$O-ABC$的体积为2，
$∴\frac{1}{3}×\sqrt{3}×OE=2$，
解得$OE=2\sqrt{3}$，
$∴$球的半径为$OA=\sqrt{OE^{2}+AE^{2}}=\sqrt{\left(2\sqrt{3}\right)^{2}+\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^{2}}=\sqrt{\frac{40}{3}}$，
$∴$球的表面积为，
故答案为．
14.【答案】$\frac{9}{2}$

【解析】解：过*B*作$BM//C\_{1}E$交$B\_{1}C\_{1}$于*M*，过*M*作*BD*的平行线，交$C\_{1}D\_{1}$于*N*，连接*DN*，
则平面*BDMN*即为符合条件的平面$α$，
由作图可知*M*，*N*分别为$B\_{1}C\_{1}$，$C\_{1}D\_{1}$的中点，
故*BD*$=2\sqrt{2}$，$MN=\sqrt{2}$，且$BM=DN=\sqrt{5}$，
$∴$等腰梯形*MNDB*的高为$h=\sqrt{(\sqrt{5})^{2}-(\frac{\sqrt{2}}{2})^{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$，
$∴$梯形*MNDB*的面积为$\frac{1}{2}×(\sqrt{2}+2\sqrt{2})×\frac{3\sqrt{2}}{2}=\frac{9}{2}$．
故答案为：$\frac{9}{2}$．
根据线面平行的性质作出平面$α$与正方体的截面，计算截面梯形的各边长即可求出截面面积．
本题考查了线面平行的性质，面面平行的性质，属于中档题．
15.【答案】7

【解析】

1. 【分析】
本题考查平面的基本性质及应用，属于基础题．
由题意，分情况讨论，求解即可．
【解答】
解：由题意，若平面与空间四边形*ABCD*四个顶点距离相等，
则*A*，*B*，*C*，*D*四个顶点在该平面的异侧，
如果一边3个，另一边1个，适合题意的平面有4个；
如果每边2个，适合题意的平面有3个；
综上，共7个．
故答案为7．

17.【答案】

【解析】

【分析】

本题考查球的体积公式，考查两圆相切性质，正四棱锥性质的应用，属于中档题．
设*O*为正方形*ABCD*的中心，*AB*的中点为*M*，连接*PM*，*OM*，*PO*，则，，分别可求得大球$O\_{1}$与小球$O\_{2}$半径分别为$\frac{\sqrt{2}}{2}$和$\frac{\sqrt{2}}{4}$，进而可得小球的体积．

【解答】

解：设*O*为正方形*ABCD*的中心，*AB*的中点为*M*，连接*PM*，*OM*，*PO*，
则，
，，
如图，在截面*PMO*中，设*N*为球$O\_{1}$与平面*PAB*的切点，

则*N*在*PM*上，且，设球$O\_{1}$的半径为*R*，则，
因为，所以，则，
，所以，
设球$O\_{1}$与球$O\_{2}$相切于点*Q*，则，设球$O\_{2}$的半径为*r*，
同理可得，所以，
故小球$O\_{2}$的体积，
故答案为．

17.【答案】解：$(1)$证明：由题意，在长方形*ABCD*中，$△DAE$和$△CBE$为等腰直角三角形，
$∴∠DEA=∠CEB=45°$，
$∴∠AEB=90°$，即$BE⊥AE$，
$∵$平面$D'AE⊥$平面*ABCE*，平面$D'AE∩$平面$ABCE=AE$，$BE⊂$平面*ABCE*，
$∴BE⊥$平面$D'AE$，
$∵AD'⊂$平面$D'AE$，
$∴AD'⊥BE$；
$(2)$取*AE*的中点*F*，连接$D'F$，则$D'F⊥AE$，
$∵$平面$D'AE⊥$平面*ABCE*，平面$D'AE∩$平面$ABCE=AE$，$D'F⊂$平面$D'AE$，
$∴D'F⊥$平面*ABCE*，
$$∴\_{V\_{D'-ABCE}}=\frac{1}{3}S\_{四边形ABCE}· D'F$$

$=\frac{1}{3}×\frac{1}{2}\left(1+2\right)×1×\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{2}}{4}$；
$(3)$如图所示，

连结*AC*交*BE*于*Q*，假设在$D'E$上存在点*P*，使得$D'B//$平面*PAC*，连接*PQ*，
$∵D'B⊂$平面$D'BE$，平面$D'BE∩$平面$PAC=PQ$，
$∴D'B//PQ$，
$∴$在$△EBD'$中，$\frac{EP}{PD'}=\frac{EQ}{QB}$，
$∵$ 在梯形*ABCE*中，$\frac{EQ}{QB}=\frac{EC}{AB}=\frac{1}{2}$，
$∴\frac{EP}{PD'}=\frac{EQ}{QB}=\frac{1}{2}$，即$EP=\frac{1}{3}ED'$，
$∴$在棱$D'E$上存在一点*P*，且$EP=\frac{1}{3}ED'$，使得$D'B//$平面*PAC*．

1. 【解析】本题考查平面与平面垂直的性质，直线与平面平行的性质、四棱锥的体积公式，为中档题．
$(1)$由题意，在长方形*ABCD*中，可知$BE⊥AE$，根据面面垂直的性质定理可以证明$AD'⊥BE$；
$(2)$取*AE*的中点*F*，连接$D'F$，则$D'F⊥AE$，由面面垂直的性质定理可以证明$D'F⊥$平面*ABCE*，从而求出$V\_{D'-ABCE}$；
$(3)$连结*AC*交*BE*于*Q*，假设在$D'E$上存在点*P*，使得$D'B//PQ$，根据平行线的性质结合平面几何知识，即可得到*EP*与$ED'$之间的关系．
16. 如图，圆形纸片的圆心为*O*，半径为5*cm*，该纸片上的等边三角形*ABC*的中心为$O.D$，*E*，*F*为圆*O*上的点，$△DBC$，$△ECA$，$△FAB$分别是以*BC*，*CA*，*AB*为底边的等腰三角形．沿虚线剪开后，分别以*BC*，*CA*，*AB*为折痕折起$△DBC$，$△ECA$，$△FAB$，使得*D*，*E*，*F*重合，得到三棱锥．当$△ABC$的边长变化时，所得三棱锥体积$($单位：$cm^{3})$的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】$4\sqrt{15}cm^{3}$

【解析】

【分析】
本题考查三棱锥的体积，考查利用导数研究函数的单调性和最值，考查运算求解能力、空间想象能力，是较难题．
由题，连接*OD*，交*BC*于点*G*，由题意得$OD⊥BC$，$OG=\frac{\sqrt{3}}{6}BC$，设$OG=x$，则$BC=2\sqrt{3}x$，$DG=5-x$，三棱锥的高$h=\sqrt{25-10x}$，求出棱锥体积表达式，利用导数能求出体积最大值．
【解答】
解：由题意，连接*OD*，交*BC*于点*G*，

由题意得$OD⊥BC$，$OG=\frac{\sqrt{3}}{6}BC$，
设$OG=x$，则$BC=2\sqrt{3}x$，$DG=5-x$，
三棱锥的高$h=\sqrt{DG^{2}-OG^{2}}$
$=\sqrt{25-10x+x^{2}-x^{2}}=\sqrt{25-10x}$，
$S\_{△ABC}=\frac{1}{2}×\frac{\sqrt{3}}{2}×(2\sqrt{3}x)^{2}=3\sqrt{3}x^{2}$，
则$V=\frac{1}{3}S\_{△ABC}×h$
$$=\sqrt{3}x^{2}×\sqrt{25-10x}$$

$=\sqrt{3}⋅\sqrt{25x^{4}-10x^{5}}$，
令$f(x)=25x^{4}-10x^{5}$，$x\in (0,\frac{5}{2})$，
则$f'(x)=100x^{3}-50x^{4}$，
令$f'(x)\geq 0$，解得$0<x\leq 2$，
则$f(x)$在$\left(0,2\right]$上单调递增，在$(2,\frac{5}{2})$单调递减，
则$f(x)\leq f(2)=80$，
$∴V\leq \sqrt{3}×\sqrt{80}=4\sqrt{15}cm^{3}$，
$∴$体积最大值为$4\sqrt{15}cm^{3}$．
故答案为：$4\sqrt{15}cm^{3}$．